

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 maggio 1908.

P. BLASERNA, Presidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Meccanica — *Sugli spostamenti elastici discontinui.* Nota del
Corrispondente GIAN ANTONIO MAGGI.

L'insegnamento di Fisica Matematica del corrente anno avendomi dato occasione di ritornare sull'argomento degli spostamenti elastici discontinui, che, in una precedente Comunicazione ⁽¹⁾, io indicavo come interpretazione concreta degli spostamenti polidromi di Volterra, e sulla questione della duplice rappresentazione di elementi fisico-matematici mediante funzioni discontinue e funzioni polidrome, in rapporto di mutua connessione, mi permetto di render noti, con quest'altra breve Comunicazione, i punti principali della mia esposizione.

1. Dopo gli spostamenti continui, esclusivamente considerati, di regola, nella teoria dell'equilibrio elastico, si offrono al nostro studio gli spostamenti discontinui, dei quali l'esperienza fornisce ovvi esempi, e, fra questi, come specie più semplice, spostamenti, che presentino, a certe superficie, discontinuità di prima specie, ma corrispondano tuttavia a parametri di dilatazione ⁽²⁾, e, per conseguenza, a parametri di pressione ⁽²⁾, regolari,

⁽¹⁾ V. questi Rendiconti, fasc. del 5 nov. 1905.

⁽²⁾ Chiamo parametri di dilatazione, e parametri di pressione, le sei quantità che altri chiamano componenti, caratteristiche ecc. rispettivamente di dilatazione, o di deformazione, e di pressione o tensione. Il termine di parametri non mi sembra inopportuno, perchè queste quantità, variabili bensì da punto a punto, fungono da costanti nell'esame di una particella infinitesimale circostante al punto, le prime sotto l'aspetto cinematico (*strain* o deformazione), le seconde sotto l'aspetto dinamico (*stress* o tensione).

per modo che, malgrado lo strappo, rappresentato dalla discontinuità degli spostamenti alla supposta superficie, gli elementi di dilatazione, o di deformazione, e le tensioni interne, restino distribuiti con continuità nel corpo considerato. È la specie di spostamenti elastici su cui richiamò pel primo l'attenzione Weingarten ⁽¹⁾, per farne oggetto principalmente di ricerche geometriche. Io muovo dallo stesso concetto, per trattare, innanzi tutto, la questione della possibilità degli spostamenti medesimi.

2. Avverto ch'io intendo la considerata posizione d'equilibrio elastico del supposto corpo determinata mediante un corrispondente spostamento da una posizione naturale, con che lo spostamento d'ogni particella infinitesimale riesce composto, nel noto modo, da un certo spostamento rigido, e da un certo spostamento dilatorio, aventi per origine la posizione naturale della particella. Immaginiamo, ciò premesso, per ogni punto (x, y, z) del campo rappresentante la posizione naturale, o di riferimento, del corpo elastico considerato, i parametri di dilatazione, e siano queste funzioni regolari ⁽²⁾ dello stesso punto. È noto che essi dovranno soddisfare alle così dette equazioni di Saint Venant ⁽³⁾: in virtù delle quali, mediante le loro derivate prime, si potranno assegnare, pel considerato punto generico (x, y, z) , i differenziali totali (esatti)

$$(1) \quad \begin{cases} dp = p_1 dx + p_2 dy + p_3 dz \\ dq = q_1 dx + q_2 dy + q_3 dz \\ dr = r_1 dx + r_2 dy + r_3 dz \end{cases}$$

delle componenti p, q, r della rotazione relativa allo stesso punto (x, y, z) . In seguito a che, concepite formate le p, q, r , coll'aiuto di queste, e dei suddetti parametri di dilatazione, si potranno ancora assegnare, pel considerato punto (x, y, z) , i differenziali totali (esatti)

$$(2) \quad \begin{cases} d\xi = \xi_1 dx + \xi_2 dy + \xi_3 dz \\ d\eta = \eta_1 dx + \eta_2 dy + \eta_3 dz \\ d\zeta = \zeta_1 dx + \zeta_2 dy + \zeta_3 dz \end{cases}$$

delle componenti ξ, η, ζ dello spostamento relativo al punto medesimo.

Ciò premesso, sia, in primo luogo, il campo rappresentante il corpo semplicemente connesso. Allora, per ogni cammino rientrante C , le (1) forniscono

$$\int_C (p_1 dz + p_2 dy + p_3 dx) = 0 : \\ \text{ecc.}$$

⁽¹⁾ V. questi Rendiconti, fasc. del 3 febbraio 1901.

⁽²⁾ Uniformi, continue, finite e dotate di derivate simili fino all'ordine che occorre di considerare. Nel presente caso questo è il secondo.

⁽³⁾ V. per esempio Marcolongo, *Teoria dell'equilibrio dei corpi elastici*. Milano, Hoepli, 1904, cap. III, § 6.

con che la p, q, r riescono, nello stesso campo, funzioni regolari dei relativi punti. Concependo introdotte queste funzioni nelle (2), esse forniscono, alla lor volta,

$$\int_C (\xi_1 dx + \xi_2 dy + \xi_3 dz) = 0 :$$

ecc.

con che anche le ξ, η, ζ riescono funzioni regolari. Se ne conclude che, se il corpo è rappresentato da un campo semplicemente connesso, a parametri di dilatazione regolari non possono altrimenti corrispondere che spostamenti regolari: e, per conseguenza, non sono possibili spostamenti della specie considerata. Questa proposizione, accennata da Weingarten ⁽¹⁾, si riduce all'analogo teorema di Volterra per gli spostamenti polidromi ⁽²⁾.

Supposto invece il campo molteplicemente connesso, la (1), per ogni sistema di cammini semplici non appartenenti a circuiti che formano il contorno completo di una calotta compresa nel campo, ma formano a due a due il contorno di una zona compresa nel campo (cammini riducibili l'uno all'altro) forniscono

$$\begin{aligned} \int_C (p_1 dx + p_2 dy + p_3 dz) &= Ap \\ (3) \quad \int_C (q_1 dx + q_2 dy + q_3 dz) &= Aq \\ \int_C (r_1 dx + r_2 dy + r_3 dz) &= Ar, \end{aligned}$$

dove Ap, Aq, Ar indicano costanti dipendenti dal sistema di cammini, che dovranno suppersi generalmente non nulle. Così le p, q, r potranno essere rappresentate formalmente da funzioni polidrome, aventi uno o più moduli fondamentali di periodicità, a seconda dell'ordine di molteplicità di connessione del campo. Ma il significato meccanico delle stesse p, q, r — quello cioè di componenti della rotazione relativa al punto (x, y, z) — non sembra consentire che, per ogni punto del campo, tendendovi per cammini diversi, che partono da un punto, in cui si assuma un certo valore come valore iniziale, possano ottenersi limiti diversi, mentre consente che questa circostanza si verifichi per certi punti, che fungeranno da punti di discontinuità della rotazione. D'altra parte, se immaginiamo ridotto il campo semplicemente connesso, mediante diaframmi intersecanti i singoli sistemi fondamentali di circuiti fra loro riducibili, nel nuovo campo le p, q, r riesciranno definite come funzioni uniformi e discontinue, presentando ad ogni diaframma una discontinuità di prima specie, caratterizzata, conformemente alla (3) dalle

⁽¹⁾ Loc. cit.

⁽²⁾ V. questi Rendiconti, fasc. del 5 febbraio 1905.

differenze Δp , Δq , Δr dei limiti, col tendere ad un punto qualunque del diaframma, dalle due opposte parti. Risulta bensì che la sede d'ogni strappo si può concepire spostata a piacere, insieme col corrispondente diaframma, lungo i relativi circuiti. Ma ciò non vuol dire che si possa prescindere dalla loro esistenza, per l'interpretazione meccanica del caso in discorso. Vuol dire che i supposti parametri di dilatazione convengono ad infiniti problemi, che si deducono l'uno dall'altro collo spostare, nell'indicato modo, le sedi della discontinuità.

Nel campo ridotto semplicemente connesso, ove, in ogni diaframma si distinguano le due pagine come parti distinte del contorno, si può operare sulle p, q, r come sopra funzioni regolari. Con ciò le (2) forniranno, per ogni sistema di cammini semplici, aventi gli estremi nei punti corrispondenti delle due opposte pagine di uno stesso diaframma,

$$\begin{aligned}\int_C (\xi_1 d\xi + \xi_2 dy + \xi_3 dz) &= \Delta \xi \\ \int_C (\eta_1 dx + \eta_2 dy + \eta_3 dz) &= \Delta \eta \\ \int_C (\zeta_1 dx + \zeta_2 dy + \zeta_3 dz) &= \Delta \zeta,\end{aligned}$$

dove le $\Delta \xi$, $\Delta \eta$, $\Delta \zeta$ indicano tre costanti relative al diaframma.

La continuità dei parametri di dilatazione richiedendo poi che sia

$$\Delta x_x = 0, \dots, \Delta y_z = 0, \dots,$$

se ne ricava

$$\begin{aligned}\Delta \xi &= \Delta a + (z - z_0) \Delta q - (y - y_0) \Delta z, \\ \Delta \eta &= \Delta b + (x - x_1) \Delta r - (z - z_0) \Delta p, \\ \Delta \zeta &= \Delta c + (y - y_0) \Delta p - (x - x_0) \Delta q.\end{aligned}$$

dove Δp , Δq , Δr hanno il precedente significato, e Δa , Δb , Δc sono nuove costanti.

Così, alle stesse sedi di prima, si ritrova una discontinuità per lo spostamento, e questa discontinuità è rappresentata da uno spostamento rigido⁽¹⁾. E, con questa particolarità, riesce dimostrata la possibilità di spostamenti della specie considerata in un corpo rappresentato da un campo molteplicemente connesso: ciò che si riduce ancora all'analogo teorema di Volterra per gli spostamenti polidromi⁽²⁾.

Colle trovate funzioni uniformi e discontinue si possono poi subito formare corrispondenti funzioni polidrome e continue, che soddisfanno egualmente le (2): e così si risale agli spostamenti polidromi di Volterra. Queste

⁽¹⁾ V. le citate Note di Weingarten e di Volterra.

⁽²⁾ Loc. cit.

funzioni hanno la qualità di non implicare i diaframmi. Ma, per quanto al loro ufficio per rappresentare lo spostamento, colla indicata posizione del problema, come per la mutabile posizione dei diaframmi, cioè delle sedi di discontinuità degli spostamenti uniformi, valgono le considerazioni fatte precedentemente a proposito della rotazione.

3. Mi permetto ancora di aggiungere le seguenti osservazioni, che riguardano la discussione dei rapporti fra la polidromia e la discontinuità.

Posto:

$$V = - \int_{\sigma} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} d\sigma,$$

dove σ indica una superficie regolare avente un certo contorno, n la normale nel suo punto generico volta in un certo senso e r la distanza di questo punto ad un certo punto, preso fuori dalla superficie, P , di coordinate x, y, z ,

$$dL = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$$

rappresenta il differenziale del lavoro corrispondente ad un movimento di un polo magnetico, d'intensità unitaria, posto in P , egualmente per la forza esercitata da uno strato magnetico, avente per sede la superficie σ , e momento magnetico specifico orientato come n , di grandezza unitaria, e per la forza esercitata da una corrente elettrica, circolante nella linea rappresentata dal contorno di σ , nel senso positivo rispetto alla normale n , e d'intensità unitaria. Per ogni cammino rientrante semplice, C , appartenente ad un circuito concatenato colla suddetta linea, in senso concorde con quello della normale n , si ha

$$\int_C \left(\frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz \right) = 4\pi:$$

in base al quale risultato, L , lavoro corrispondente ad un cammino che conduce da un punto fisso P_0 al punto P , si può definire o come una funzione uniforme e discontinua della superficie σ , o come una funzione polidroma e continua nel campo moltiplicemente connesso, che si ottiene dallo spazio, levandone il contorno di σ , i cui infiniti valori in P sono rappresentati da

$$\bar{L} + 4\nu\pi,$$

indicando con \bar{L} il valore in P della funzione uniforme e discontinua precedente, e con ν la differenza tra il numero dei giri nel senso di n e nel senso opposto, concatenati col contorno di σ , che fa il considerato cammino. Ora, *alla stregua del significato fisico*, si deve fare la prima o la seconda ipotesi, secondo che si tratta dello strato magnetico o della corrente elettrica.

In altri casi le due ipotesi si potranno assumere indifferentemente. Così Volterra, nella sua cospicua Memoria *Sur les vibrations lumineuses dans les milieux biréfringents* ⁽¹⁾, ha infirmato i risultati di Sofia Kovalevskij, concludendo che l'ipotesi di Lamé, che le vibrazioni luminose emanate da un sol centro, nei mezzi birefringenti, si propaghino per superficie d'onda, conduce ad espressioni delle vibrazioni medesime per funzioni polidrome, aventi le parallele agli assi ottici descritte pel centro per linee critiche. A codeste egli giunge passando per funzioni uniformi e discontinue sul piano di dette parallele, le quali si prestano ad analoghe conclusioni. Ora noterò, da ultimo, che questa discontinuità si può rilevare sui risultati stessi di Lamé, osservando che, su ogni falda della superficie d'onda, la vibrazione, in ogni punto, risulta avere ampiezza non nulla in alcun punto, la direzione della tangente alla intersezione sferica passante pel punto, e, ad ogni istante, per l'identità di fase, senso concorde per tutti i punti di una stessa intersezione sferica. Siccome ciascuna delle due metà, in cui una intersezione sferica è divisa dal piano delle parallele agli assi ottici condotte pel centro, col tendere a questo piano, tende ad un arco di cerchio posto nel piano medesimo, si vede che a vibrazioni appartenenti a punti posti dalle due opposte parti di detto piano, col tendere del relativo punto ad uno stesso punto del piano, competeranno limiti eguali e di senso contrario.

Matematica. — *Sui moduli delle superficie algebriche.* Nota del Corrispondente F. ENRIQUES.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica — *Azioni chimiche della luce.* Nota XII del Socio G. CIAMICIAN e di P. SILBER.

Nelle nostre due ultime Note ⁽²⁾ intorno a questo argomento abbiamo descritto una serie di idrolisi di chetoni ciclici saturi, i quali tutti subiscono alla luce una doppia scissione: in un acido della serie grassa $C_n H_{2n} O_2$ ed in una corrispondente aldeide non satura $C_n H_{2n-2} O$. Conformemente al programma da noi annunciato nella Nota X, abbiamo continuato queste ricerche, estendendole ad alcuni chetoni ciclici non saturi, al *carbone* ed al *diidrocarbone*. Questi due composti hanno però alla luce un contegno assai differente: mentre l'ultimo si comporta in modo corrispondente agli altri ciclochetoni, il primo, cioè il *carbone*, non si idrolizza affatto, ma subisce invece una metamorfosi del tutto diversa.

⁽¹⁾ Acta Mathematica. Tome 16.

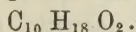
⁽²⁾ Questi Rendiconti, vol. 16, I, pag. 835 (1907) e vol. 17, I, pag. 179 (1908).

IDROLISI DEL DIIDROCARVONE.

Il diidrocarvone da noi adoperato, proveniente dalla fabbrica di Heine & C., bolliva a 75° a 3 mm.; la sua densità era di 0,929 ed aveva un potere rotatorio di — 17°. In più volte venne esposta alla insolazione estivo-autunnale, complessivamente, una soluzione di 300 gr. di diidrocarvone in 650 cc. d'alcool assoluto e 300 cc. di acqua. Dopo l'esposizione il liquido non aveva mutato d'aspetto ma bensì d'odore, che s'era fatto un po' rancido.

Per l'elaborazione, venne anzitutto adoperata la salatura e l'estrazione con etere. L'estratto, liberato dall'etere e dall'alcool per frazionamento con deflegmatore, venne poi agitato con una soluzione di carbonato sodico per fissare l'acido che s'era formato nella idrolisi.

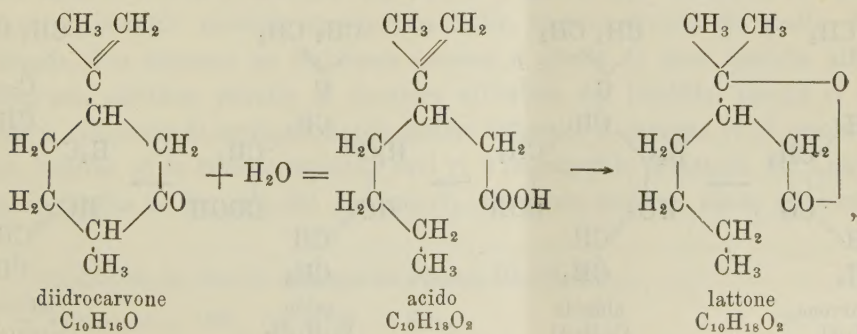
La soluzione alcalina in cui quest'ultimo era ora contenuto, venne come di consueto concentrata, acidificata con acido solforico ed estratta coll'etere. L'acido, così ricavato, passava a 12 mm. a 135°-137° ed a pressione ordinaria (758 mm.) a 254°, 5. È un liquido oleoso, dall'odore debole degli acidi grassi superiori, della composizione



Questo acido non saturo contiene il doppio legame situato in modo che, per ebollizione con acido solforico, si trasforma in un lattone della stessa formola empirica. L'esperienza venne eseguita con le norme indicate da Fittig e da Hjelt, bollendo con acido solforico, diluito coll'eguale volume d'acqua per 15 minuti e ribollendo per un altro poco, dopo avere allungato ulteriormente l'acido. In questo modo l'odore grasso scompare ed il prodotto assume quello caratteristico dei lattoni. Per separare il prodotto, si estrasse con etere, si agitò l'estratto con carbonato sodico e lo si seccò con quello potassico anidro. Il lattone, liberato dall'etere, passò tutto fra 264°-265°. L'analisi condusse alla stessa formola dell'acido,



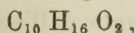
Se ora si tiene conto dell'esperienza da noi fatta nella idrolisi dei metilcicloesanonni e segnatamente dell'orto-metilcicloesanone, si può supporre che la scissione sia avvenuta in modo analogo e che però all'acido ed al corrispondente lattone spettino le seguenti formole:



le quali naturalmente non possono darsi ancora come definitivamente accertate.

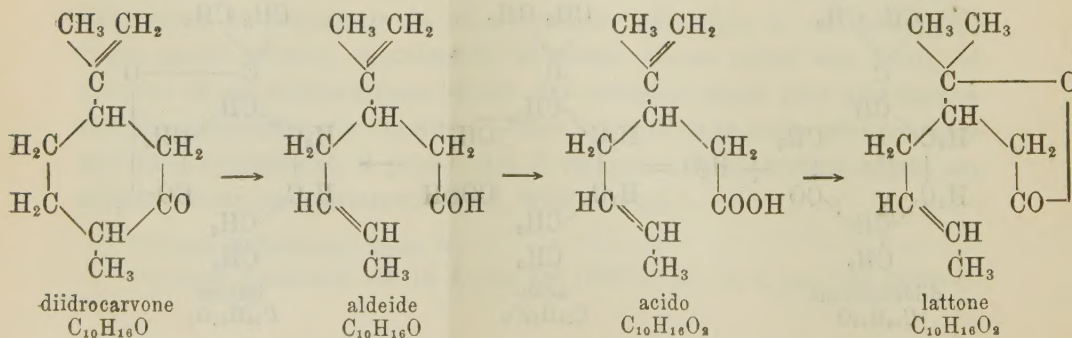
Come gli altri derivati del cicloesانونe, il diidrocarvone patisce alla luce anche la scissione aldeidica. L'aldeide formatasi era contenuta, come ben s'intende, nella parte neutra del prodotto. Questa, dopo essere stata spogliata dall'acido nel modo ora descritto, venne trattata col metodo dell'Angeli, per separare l'aldeide in forma del corrispondente acido idrossammico. Per far questo, l'olio contenente l'aldeide venne, in porzioni di 30 gr. per volta, trattato con una soluzione di 7 gr. dell'acido di Piloty in 60 cc. d'alcool ed un'altra di 8 gr. di potassa ugualmente in 60 cc. d'alcool. L'operazione venne condotta nel modo più volte descritto; il liquido alcalino, liberato da tutto il resto, dette, previa neutralizzazione con acido acetico, coll'acetato rameico un abbondante precipitato verde del sale di rame dell'acido idrossammico. Questo sale, raccolto e lavato sul filtro, venne scomposto con acido solforico e l'acido idrossammico libero, che è oleoso, bollito poi con lo stesso acido per togliervi il radicale dell'idrossilammina. Senonchè in questo divertente caso, essendo l'acido, che doveva risultare, non saturo ed in parte allo stesso modo di quello sopra descritto, oltre all'idrolisi, si compie per l'ebollizione coll'acido solforico anche la trasformazione lattonica. Invece dell'acido, corrispondente all'aldeide che trovavasi presente nel prodotto primitivo dell'insolazione, abbiamo ottenuto però il relativo lattone.

Quest'ultimo, lo si ebbe distillando in corrente di vapore il risultato della reazione, estraendo, come al solito, con etere e lavando l'estratto eterico colla soluzione di carbonato potassico e poscia seccandolo con quello anidro. Il lattone è oleoso, del consueto odore, e passa a 266°-267°. La sua composizione corrisponde, come doveva corrispondere, alla formola



che venne ulteriormente accertata, trasformando il lattone colla barite nel sale baritico ed analizzandone quello argenteo.

L'interpretazione di questi fatti non riesce malagevole se anche qui si rammenta quanto insegnarono le esperienze fatte coll'orto-metilcicloesانونe; si può con tale scorta ammettere che la scissione del diidrocarvone si compia in relazione ai seguenti schemi,



che naturalmente, come i precedenti, abbisognano d'ulteriore accertamento.

CONTEGNO DEL CARVONE.

Il carvone proveniente da Kahlbaum venne esposto anche esso alla luce nei mesi estivo-autunnali in soluzione idro-alcoolica.

In varie riprese vennero adoperati in tutto 700 gr. di carvone sciolti nel doppio volume d'alcool, diluito colla metà di acqua. Durante l'insolazione, in fondo ai tubi disposti verticalmente, si separa uno strato oleoso debolmente colorato in giallo. Dopo l'insolazione il contenuto dei tubi è lievemente acido, ma a tale acidità corrisponde una così piccola quantità di materia solubile negli alcali, che noi l'abbiamo trascurata.

Il contenuto dei tubi venne anzitutto liberato per distillazione per quanto fu possibile dall'alcool e poi distillato in corrente di vapore acqueo. Passa un olio che ha l'odore del carvone e resta indietro una resina gialla, che col raffreddamento si rapprende in una massa dura e fragile. A seconda le condizioni in cui avvenne l'insolazione, spessore dei tubi adoperati ecc., il rendimento in resina oscillò fra il 34 ed il 68 %.

Lo studio della natura di questa resina presenta, come si comprende, grandi difficoltà che noi non abbiamo ancora superato. Sembra che essa non sia un semplice prodotto di polimerizzazione, come avviene in altri casi per l'azione della luce, perchè l'analisi condurrebbe ad un contenuto di ossigeno maggiore di quello del carvone. Ci asteniamo di dare in proposito ulteriori particolari, perchè la ricerca è ancora troppo incompleta ed i risultati assai incerti e contraddittori. Non è impossibile che in questo, come anche in altri casi, l'acqua eserciti su alcune sostanze organiche, per effetto della luce, una azione ossidante e riducente, in modo che mentre una parte del prodotto si ossida l'altra si riduce. Intorno a questo argomento speriamo di poter avere quanto prima dei dati bene accertati.

La parte oleosa e volatile col vapore d'acqua è formata in gran parte da carvone inalterato, ma contiene, come ora si vedrà, un'altra assai interessante sostanza. Siccome la reazione di Angeli riuscì negativa, si deve ritenere che il prodotto non sia aldeidico. L'olio, venne sottoposto ad una distillazione frazionata in corrente di vapore acqueo e si è potuto così notare che le porzioni più volatili avevano un odore canforico, un poco diverso da quello del carvone. Per ricercare se realmente assieme a questo vi fosse qualche altro composto, abbiamo pensato di ricorrere all'azione del bisolfito, perchè si sa che, a differenza di molti altri ciclochetoni naturali, il carvone vi si combina con facilità ed in modo completo; anzi vi è in proposito il metodo del Labbè che permette un dosaggio del carvone (¹). In questo modo ci siamo assicurati

(¹) Bull. de la Société chimique de France, III, 23, 280.

che le prime porzioni del distillato contenevano fino a 36 % di sostanza non combinabile col bisolfito, mentre le ultime ne contenevano soltanto il 10 %. Dopo ciò, abbiamo trattato tutto il prodotto col bisolfito in porzioni di 25 gr. per volta, bollendo queste a ricadere per un'ora e mezza con una soluzione di 35 gr. del sale in 100 cc. d'acqua, neutralizzata con carbonato sodico. Distillando poi con vapore acqueo, passa la parte non combinata col bisolfito, che si rapprende in una massa semisolida. Siccome la sostanza cristallina è più volatile dell'olio che l'accompagna, si può, raccogliendo le prime porzioni separatamente e ripetendo la distillazione colle ultime, arricchire le prime in modo da ottenere una sufficiente quantità di materia solida, che venne infine, spremendola sul filtro e poi fra carta nel torchio, liberata completamente dalla parte oleosa. Da questa, che contiene naturalmente ancora il composto cristallino, si può per distillazione frazionata diretta (il prodotto passa fra 203° e 217°) separare dell'altra materia solida.

Il composto così ottenuto somiglia in modo sorprendente alla canfora nell'odore e nelle altre proprietà esteriori, tanto che lo si potrebbe scambiare con questa. Le sue costanti sono però diverse: fonde a 100° e bolle a 206°,5 (temp. corr.). Esso è un isomero del carvone perchè ha la stessa composizione e dà in acido acetico glaciale lo stesso peso molecolare.

Come il prodotto da cui proviene, esso è un chetone, perchè trattato, nel modo come si fa per la canfora coll'idrossilammina e con la semicarbazide, vi si combina dando i corrispondenti derivati.

L'ossima, $C_{10}H_{14}.NOH$, è molto solubile nei solventi ordinari; cristallizza bene dall'alcool metilico allungato con acqua e fonde a 126°-128°. Dall'etere petrolico, per spontaneo svaporamento, quasi tutta la sostanza disciolta viene a formare pochi grossi cristalli assai bene sviluppati, che vennero esaminati dal prof. Boeris. Dalle sue misure riportiamo qui soltanto i dati essenziali.

Sistema cristallino: monoclino

$$a : b : c = 1,1057 : 1 : 0,6233 \quad ; \quad \beta = 67^{\circ},36'$$

Forme osservate: {100} {110} {001} $\{\bar{2}01\}$ $\{\bar{1}11\}$.

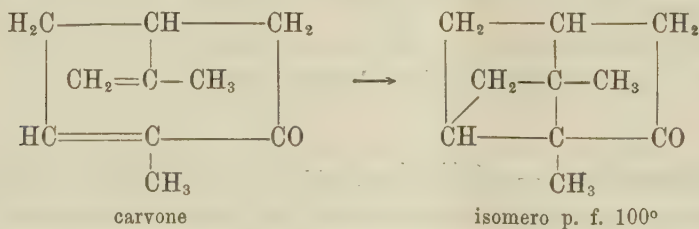
| Angoli | Limiti | Medie | N. |
|-------------------------|-------------------|---------|----|
| (100) : (110) | 45° 25' - 45° 21' | 45° 38' | 15 |
| (110) : (001) | 74 27 - 74 50 | 74 33 | 7 |
| (001) : ($\bar{1}11$) | 44 28 - 44 51 | 44 42 | 7 |

Il semicarbazone, $C_{11}H_{17}N_3O$, cristallizza dall'alcool ordinario in grossi prismi, che fondono a 239°.

Questo strano isomero del carvone, che ha dunque la formula $C_{10}H_{14}O$, si scioglie, fuorchè nell'acqua, in tutti gli ordinari solventi; a differenza del carvone e del diidrocarvone, in soluzione alcoolica od acetica, resiste al per-

manganato potassico nella misura prescritta dal Baeyer per i composti saturi. Oltre che per le sue proprietà fisiche, esso differisce perciò dal carvone per questa maggiore resistenza, che deve evidentemente stare in rapporto diretto con la sua costituzione. La quantità di prodotto, di cui finora disponevamo, non ci ha permesso di fare le opportune ricerche in questo proposito e però la definitiva discussione su tale argomento rimane riserbata ad una successiva pubblicazione. Qualche cosa però fin d'ora può essere detta con le debite precauzioni e riserve.

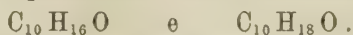
Questa metamorfosi del carvone alla luce è un processo che ricorda le polimerizzazioni dei composti non saturi, in cui per condensazione di due molecole spariscono i legami doppî oppure si trasformano in modo da diventare meno sensibili al permanganato. Si può ricordare in proposito la trasformazione dell'acido cinnamico in trussilico, quella dello stilbene, della cumarina ecc. Nel caso attuale si potrebbe invece supporre che il mutamento sia dovuto alla presenza di *due doppî legami* nella stessa molecola del carvone. Noi siamo ben convinti che le possibilità sono molte: anzi lo schema che segue non è forse nemmeno il più probabile, e se qui ce ne serviamo per rappresentare la trasformazione del carvone nel suo isomero cristallino, si è soltanto perchè questo è lo schema che apparisce più semplice. Se si vuole ammettere una specie di polimerizzazione intramolecolare a spese dei due doppî legami analoga a quella che è generalmente accettata per gli acidi cinnamici nella loro trasformazione in acidi trussilici, la formola dell'isomero cristallino del carvone verrebbe ad essere questa:



La parte oleosa che accompagna il composto cristallino di cui s'è parlato fin qui e che, spogliata per quanto è meccanicamente possibile da questo, passava fra 210 e 225°, ne contiene sempre ancora, anzi sempre in quantità prevalente. Noi ce ne siamo persuasi per mezzo della reazione colla semicarbazide. La parte oleosa, sciolta in 4 volte il suo volume d'acido acetico glaciale, venne trattata con quantità uguali a quella dell'olio impiegato di cloridrato di semicarbazide e di acetato sodico, sciolti nel doppio peso di acqua. Dopo breve riscaldamento a b. m., il liquido venne versato nell'acqua ed il precipitato formatosi, cristallizzato dall'alcool. Il prodotto ottenuto fondèva a 239° ed era però costituito dal semicarbazone suddescritto dell'isomero solido del carvone.

Partendo da 450 gr. di carvone, si ebbero 12 gr. dell'isomero canfoide dal p. f. 100° e 23 gr. di questo semicarbazone. Da ciò si calcola che dalla detta quantità di carvone si formarono circa 28 gr. dell'isomero solido che fonde a 100°.

I liquidi acetico ed alcòolico, in cui s'era formato e da cui venne fatto cristallizzare il suddetto semicarbazone, contengono, oltre a questo, in piccola quantità, un altro composto. Per ottenerlo, il primo venne neutralizzato con carbonato sodico ed assieme al secondo distillato con vapore acqueo. Il semicarbazone resta indietro, mentre passa un olio più leggiero dell'acqua, d'un odore di rose. Raccolto con etere e distillato, passò principalmente fra 218° e 223°. All'analisi dette però numeri che stanno fra le formule



La piccola quantità di materia, soltanto 3 gr. circa, non permise un ulteriore studio di questo prodotto.

Da quanto abbiamo esposto risulta dunque che sono necessarie ulteriori ricerche per definire in modo esauriente le rimarchevoli metamorfosi del carvone alla luce; su queste ulteriori esperienze, che ci proponiamo di eseguire con maggior quantità di materia prima, speriamo di poter riferire il prossimo anno.

Per ultimo vogliamo aggiungere che, fedeli al programma che avevamo tracciato nella Nota X su questo argomento, abbiamo incominciato le annunciate esperienze sulla canfora e sul fencone, esperienze che promettono del pari di condurre a risultati assai rimarchevoli; di questi studî tratteremo quanto prima.

Anche questa volta ci è grato dovere ricordare l'aiuto efficace e diligente che ebbe a prestarci il dott. Mario Forni.

Matematica. — *Sulle due funzioni a più valori costituite dai limiti d'una variabile reale a destra e a sinistra di ciascun punto.*

Nota di W. H. YOUNG, Sc. D., F. R. S., presentata dal Socio SALVATORE PINCHERLE.

1. La natura della discontinuità in un punto nel caso d'una funzione d'una variabile reale fu discussa con una certa estensione da Bettazzi (¹). In tale discussione egli si limita a considerare le varie possibilità rispetto ai limiti da una parte in punti particolari. Un confronto di questi limiti a sinistra e a destra dello stesso punto non viene fatto, e solo in un caso molto speciale c'è qualche confronto fra i valori limiti in un punto e il valore della funzione stessa nel punto medesimo (§ 10).

(¹) R. Bettazzi, *Sui punti di discontinuità delle funzioni di variabile reale*, 1892, Rend. Gr. Mat. Pal. VI, pp. 173-195.

Nella mia Memoria letta l'anno scorso alla British Association a Leicester (¹), io per il primo affrontai queste questioni. Il problema generale che ora sono riuscito a risolvere, *sino a qual grado sia possibile che i limiti a destra di un punto differiscano da quelli a sinistra*, non era allora proposto. Questo problema però ricevette una risposta preliminare, in quanto io provai che i limiti superiori a destra e a sinistra dello stesso punto coincidono, eccetto al più in un insieme numerabile di punti, e che lo stesso vale pei limiti inferiori. Adottando il punto di vista sinora in uso di classificare i punti di discontinuità secondo che tutti od alcuni di questi limiti estremi differiscono tra loro e dal valore della funzione nel punto, questo risultato era espresso nella forma seguente: *Non c'è distinzione di destra e sinistra nei punti di discontinuità, eccetto eventualmente in un insieme numerabile di punti*. Mi propongo ora di dimostrare che ciò può intendersi nel senso più generale che, eccettuato eventualmente un insieme numerabile di punti, tutti i limiti da una parte sono anche limiti dall'altra. In altri termini, considerando i limiti da una parte di un punto come i valori in questo punto di una certa funzione a più valori, e così dall'altra parte, queste due funzioni possono differire solo in un insieme numerabile di punti.

2. In un punto qualunque P denoti $F_L(P)$ uno dei valori a cui tende come limite la funzione ad un valore $f(x)$ quando x si avvicina a P come punto limite dalla sinistra. In corrispondenza al punto P avremo allora, in generale, un insieme di valori di $F_L(P)$, che, come si vede facilmente, è chiuso. Così il simbolo $F_L(x)$ deve riguardarsi come rappresentante una funzione di x che ha più valori in ogni punto P . Così definiamo la funzione a più valori $F_R(x)$, scambiando « destra » e « sinistra ».

Il limite superiore dei valori di $F_L(P)$ in P è il valore della *funzione associata limite superiore a sinistra* $\varphi_L(P)$, e il limite inferiore è il valore della *funzione associata limite inferiore a sinistra* $\psi_L(P)$. Similmente a destra abbiamo $\varphi_R(P)$ e $\psi_R(P)$. Le proprietà caratteristiche di queste funzioni formano l'oggetto del lavoro già citato, e in particolare vi si dimostra che φ_L e ψ_L differiscono di φ_R e ψ_R al più in un insieme numerabile di punti. Mi propongo ora di dimostrare il teorema più generale, *che le funzioni a più valori $F_L(x)$, $F_R(x)$ possono differire solo in un insieme numerabile di punti*.

3. A tal scopo suddivido i valori della funzione a più valori a destra come segue. $F_L(P)$ sia uno qualunque dei valori della funzione a più valori a sinistra nel punto P , diverso da $\varphi_L(P)$ e $\psi_L(P)$. Ciò determina due dei valori della funzione a più valori a destra, p. es. $G_R(P)$ e $H_R(P)$, che pos-

(¹) W. H. Young, *Some results in the theory of functions of a real variable*, 1907, Report of the Brit. As. (estratto); *On the distinction of right and left at points of discontinuity*, 1907, Quarterly Journal of Math.

sono naturalmente coincidere, definiti come i più prossimi di tali valori al valore $F_L(P)$ considerato, e tali che:

$$G_R(P) \leq F_L(P) \leq H_R(P).$$

Sia k una quantità positiva scelta comunque, n un intero qualunque, e sia S l'insieme dei punti tali che, se P è un punto qualunque di S , vi è un valore $F_L(P)$ della funzione a più valori $F_L(x)$ in P tale che

$$(1) \quad G_R(P) + k < F_L(P) < H_R(P) - k,$$

e nello stesso tempo

$$(2) \quad -n < F_L(P) < n.$$

Dimostro che S è numerabile. Ne segue che l'insieme limite esterno di tutti gli insiemi S per tutti gli interi positivi n è pure numerabile. Siccome $\psi_L(P) < F_L(P) < \varphi_L(P)$, sicchè $F_L(P)$ è finito, questo insieme non è altro che l'insieme di tutti i punti per cui sussiste la (1). Si ha inoltre che anche l'insieme limite esterno di questi insiemi per tutti i valori k_1, k_2, \dots di una successione decrescente e tendente a zero è numerabile; ma questo non è altro che l'insieme di tutti i punti P in cui c'è un valore $F_L(P)$ che differisce dai corrispondenti $G_R(P)$ e $H_R(P)$. Combinando ciò col risultato che $\varphi_L = \varphi_R$, $\psi_L = \psi_R$ eccetto in un insieme numerabile di punti, resta provato il teorema enunciato, cioè che $F_L(x)$ differisce da $F_R(x)$ solo in un insieme numerabile di punti.

4. Supponiamo ora, se è possibile, che S non sia numerabile, e quindi (per un lemma dimostrato nel mio lavoro citato innanzi) che abbia un componente U concentrato da ambe le parti e più che numerabile in ogni intervallo contenente uno dei suoi punti.

Sia P un punto di U . Allora, poichè P è limite di punti di U posti a destra di P , c'è una successione di punti di U avente P come limite a sinistra, in ciascuno dei quali, per la definizione dell'insieme S

$$(3) \quad -n < F_L(x) < n.$$

Ora, poichè F_L è definita essa stessa come limite di $f(x)$, ogni limite di $F_L(x)$ per x tendente a P è limite di $f(x)$, e quindi non sta fra $G_R(P)$ ed $H_R(P)$, giacchè per la definizione di queste quantità nessun limite di $f(x)$ a destra di P sta fra esse. Perciò o si ha

$$(4) \quad H_R(P) \leq n,$$

oppure

$$(5) \quad -n \leq G_R(P).$$

Di qui, per le (1), (2), segue o

$$(6) \quad -n < F_L(P) < n - k,$$

oppure

$$(7) \quad -n + k < F_L(P) < n.$$

Dunque in ogni punto P di U deve sussistere almeno una delle diseuguaglianze (6), (7).

Se consideriamo i due insiemi di punti di U in cui ha luogo una di queste diseuguaglianze, questi due insiemi, che possono naturalmente avere punti comuni, compongono l'insieme U . Perciò, se essi fossero ambidue numerabili, lo sarebbe anche U . Quindi, se la nostra ipotesi è vera, uno almeno di questi insiemi è più che numerabile, e perciò, per la stessa ragione di prima, contiene un componente U_1 concentrato da ambe le parti e più che numerabile in ogni intervallo contenente uno dei suoi punti.

Confrontando le diseuguaglianze (6), (7) colle (2), vediamo che il campo di variazione di questi valori $F(P)$ che soddisfanno alla (1) è ridotto da $2n$ a $2n - k$, ossia — come può dirsi usando la parola « oscillazione » in senso esteso, giacchè $F_L(P)$ non è una funzione ad un valore — l'oscillazione di $F_L(P)$ nell'insieme U_1 è minore di $2n - k$, mentre in U si sa solo che è minore di $2n$.

L'« oscillazione » così definita è per la sua stessa natura una quantità positiva o nulla se l'insieme dei punti P considerati contiene qualche punto. Ma è chiaro che, ripetendo per U_1 il processo applicato ad U , otterremo un insieme U_2 della stessa natura, in cui l'oscillazione di $F_L(x)$ sarà minore di $2n - 2k$, poi un insieme U_3 in cui sarà minore di $2n - 3k$, ecc.; sicchè avremo infine un insieme U_i in cui l'oscillazione sarà negativa, il che è in contraddizione col fatto che U_i è più che numerabile. Così l'ipotesi primitiva che S non sia numerabile è inammissibile, ciò che prova il risultato voluto.

5. È da notarsi che nella dimostrazione precedente non si è supposto che la funzione ad un valore $f(x)$ sia limitata, od anche solo finita. L'artificio di omettere i limiti superiore e inferiore in ogni punto bastò per assicurarci che $F_L(x)$ è finita dappertutto e quindi in ogni punto x sta fra $-n$ ed n per un certo valore dell'intero positivo n dipendentemente da x . Per completare la dimostrazione si dovette far uso del risultato precedentemente stabilito, che φ_L, ψ_L differiscono da φ_R, ψ_R al più in un insieme numerabile di punti. Per l'importanza del teorema, ne diamo, per il caso in cui $f(x)$ è una funzione limitata, un'altra dimostrazione non fondata su quel risultato.

In questa dimostrazione $F_L(P)$ denota *qualunque* limite di $f(x)$ a sinistra di P , compresi i limiti superiore e inferiore di questi limiti, e noi consideriamo l'insieme S dei punti P tali che vi è un valore $F_L(P)$ per cui

$$(1) \quad G_R(P) + k < F_L(P) < H_R(P) - k.$$

Se S non è numerabile, contiene un componente U concentrato da ambe le parti e più che numerabile, in ogni punto del quale ha luogo la (1). Quindi, per la definizione del limite a destra di P , può trovarsi un intervallo d_1

avente P come estremo di sinistra e tale che per tutti i punti x interni ad esso sia o

$$(2) \quad f(x) < G_R(P) + \frac{1}{2} k < F_L(P) - \frac{1}{2} k,$$

oppure

$$(3) \quad F_L(P) + \frac{1}{2} k < H_R(P) - \frac{1}{2} k < f(x).$$

Poichè U è concentrato da ambe le parti, questo intervallo d_1 contiene punti interni appartenenti ad U , in ognuno dei quali, per le (2), (3), o si ha

$$(4) \quad F_L(x) < F_L(P) - \frac{1}{2} k,$$

oppure

$$(5) \quad F_L(P) + \frac{1}{2} k < F_L(x).$$

Così, se la (4) non sussiste in tutti i punti di U posti nell'intervallo d_1 , può trovarsi in d_1 un punto P_1 di U tale che

$$(6) \quad F_L(P) + \frac{1}{2} k < F_L(P_1).$$

Applicando a P_1 lo stesso ragionamento fatto per P , o troviamo un intervallo d_2 contenente punti di U in ognuno dei quali

$$(7) \quad F_L(x) < F_L(P_1) - \frac{1}{2} k < F_L(P) - k,$$

oppure troviamo un punto P_2 di U tale che

$$(8) \quad F_L(P) + k < F_L(P_1) + \frac{1}{2} k < F_L(P_2).$$

Questo processo può ripetersi indefinitamente; ma, la funzione ad un valore $f(x)$ essendo limitata, lo è anche $F_L(x)$, e quindi c'è un intero massimo determinato n tale che è possibile trovare un punto per cui

$$F_L(P) + \frac{1}{2} nk < F_L(x).$$

Il ragionamento usato mostra dunque, che dopo $n+1$ passaggi al più troveremo un intervallo d , contenente punti di U , per ognuno dei quali

$$(9) \quad F_L(x) < F_L(P) - \frac{1}{2} (n+1) k < F_L(P) - \frac{1}{2} k.$$

Similmente, presso un punto Q dell'insieme U in questo intervallo d , troviamo, dopo un numero finito di passaggi, un intervallo d' entro d , contenente punti dell'insieme U , in ognuno dei quali

$$(10) \quad F_L(x) < F_L(Q) - \frac{1}{2} k < F_L(P) - k.$$

Continuando così, dovremo trovare dopo un numero finito di passaggi un intervallo, contenente punti di U , in ognuno dei quali

$$F(x) < F_L(P) - \frac{1}{2} (n+1) k,$$

il che, come si è già detto, è impossibile. Dunque l'ipotesi primitiva che

l'insieme S contenga un componente concentrato da ambe le parti è inammissibile, e S è numerabile.

Facendo percorrere a k una successione di valori positivi decrescenti e tendenti a zero k_1, k_2, \dots , ne segue che l'insieme limite esterno di questi insiemi è pure numerabile. Ma questo insieme limite esterno consta, per definizione, di tutti i punti in cui c'è un limite $F_L(P)$ a sinistra che non è anche limite a destra, sicchè resta provato il teorema in questione se la funzione ad un valore $f(x)$ è limitata.

6. Si osservi che la dimostrazione precedente stabilisce incidentalmente che le funzioni associate superiori a destra e a sinistra φ_R, φ_L sono eguali eccetto eventualmente in un insieme numerabile di punti, e che lo stesso ha luogo per le funzioni associate inferiori a destra e a sinistra ψ_R, ψ_L . La dimostrazione precedente è infatti essenzialmente identica alla dimostrazione di quest'ultimo risultato esposta nel lavoro citato nel caso speciale in cui $f(x)$ è una funzione limitata.

Si deve pure notare, come nel lavoro precedente, che noi abbiamo effettivamente stabilito un risultato più dettagliato: cioè che, se $f(x)$ è limitata, i punti in cui qualche limite a destra differisce dal più prossimo limite a sinistra per più di k formano un insieme non avente alcun componente concentrato a destra almeno. Il fatto che U si suppone concentrato tanto a destra che a sinistra, non viene in realtà usato nella dimostrazione.

È appena necessario notare che l'insieme limite esterno d'una serie d'insiemi non contenenti alcun componente concentrato a destra, può contenere un componente concentrato a destra: sicchè non si è dimostrato che i punti in cui c'è una distinzione fra destra e sinistra formano un insieme non avente alcun componente concentrato a destra. Infatti questi punti possono essere densi dappertutto, e un esempio di una tale funzione $f(x)$ si trova nel lavoro già citato.

Matematica. — *Sulle equazioni differenziali lineari.* Nota del dott. L. ORLANDO, presentata dal Socio V. CERRUTI.

Noi qui vogliamo far vedere come l'integrazione di un'equazione differenziale lineare possa ridursi alla risoluzione (ben nota) di un'equazione integrale del tipo di Volterra, cioè

$$(1) \quad y(x) = F(x) + \int_0^x k(x, \xi) y(\xi) d\xi,$$

dove y rappresenta la funzione incognita.

Per evitare un lungo e laborioso svolgimento, che sarà fatto in una prossima Memoria, noi vogliamo trattare un caso molto particolare, cioè

quello relativo all'equazione di secondo ordine

$$(2) \quad y''(x) + A(x) y'(x) + B(x) y(x) + C(x) = 0.$$

Scriviamo l'equazione integrale

$$(3) \quad y(x) = F(x) + \int_0^x [e^{\alpha x} p(\xi) + e^{-\alpha x} q(\xi)] y(\xi) d\xi,$$

e vediamo se ci è possibile determinare le funzioni p, q, F (a meno, bene inteso, di due costanti arbitrarie), in modo che la soluzione di (3) coincida coll'integrale di (2).

Nel caso dell'equazione lineare d'ordine n , avremmo, invece del $k(x, \xi)$ che figura nella (3), posto

$$k(x, \xi) = e^{\alpha x} p_0(\xi) + e^{\alpha x} p_1(\xi) + e^{\alpha^2 x} p_2(\xi) + \dots + e^{\alpha^{n-1} x} p_{n-1}(\xi),$$

rappresentando con α una radice primitiva n^{ma} dell'unità.

Per determinare p, q, F secondo l'intenzione dianzi espressa, incominciamo col derivare (3) rispetto ad x . Troviamo subito

$$y'(x) = F'(x) + \int_0^x [e^{\alpha x} p(\xi) - e^{-\alpha x} q(\xi)] y(\xi) d\xi \\ + [e^{\alpha x} p(x) + e^{-\alpha x} q(x)] y(x).$$

Derivando anche quest'equazione, troviamo

$$(4) \quad y''(x) = F''(x) + \int_0^x [e^{\alpha x} p(\xi) + e^{-\alpha x} q(\xi)] y(\xi) d\xi \\ + [e^{\alpha x} p(x) - e^{-\alpha x} q(x)] y(x) \\ + [e^{\alpha x} p(x) + e^{\alpha x} p'(x) - e^{-\alpha x} q(x) + e^{-\alpha x} q'(x)] y(x) \\ + [e^{\alpha x} p(x) + e^{-\alpha x} q(x)] y'(x).$$

Fra quest'equazione e la (3) noi possiamo agevolmente eliminare la grandezza $\int_0^x [e^{\alpha x} p(\xi) + e^{-\alpha x} q(\xi)] y(\xi) d\xi$, sostituendola con $y(x) - F(x)$; dunque la (4) si può scrivere

$$y''(x) = F''(x) + y(x) - F(x) + \{ 2 [e^{\alpha x} p(x) - e^{-\alpha x} q(x)] \\ + e^{\alpha x} p'(x) + e^{-\alpha x} q'(x) \} y(x) + [e^{\alpha x} p(x) + e^{-\alpha x} q(x)] y'(x).$$

Ora poniamo

$$(5) \quad \begin{cases} -A(x) = e^{\alpha x} p(x) + e^{-\alpha x} q(x) \\ -B(x) = 1 + 2 [e^{\alpha x} p(x) - e^{-\alpha x} q(x)] + e^{\alpha x} p'(x) + e^{-\alpha x} q'(x) \\ -C(x) = F''(x) - F(x). \end{cases}$$

Quest'ultima equazione (5) si sa integrare, dunque possiamo ritenere $F(x)$ come nota, *a meno beninteso di due costanti arbitrarie*, sulle quali abbiamo già posto attenzione.

Rimangono le altre due equazioni (5) per determinare p e q . La loro determinazione sarebbe alquanto scomoda se non supponessimo $A(x)$ derivabile: vogliamo supporre che $A(x)$ sia derivabile; e allora dalla prima (5), per derivazione, deduciamo

$$(6) \quad -A'(x) = e^x p(x) - e^{-x} q(x) + e^x p'(x) + e^{-x} q'(x).$$

Sostituendo nella seconda (5) il valore di $e^x p'(x) + e^{-x} q'(x)$ ricavato da quest'equazione (6), troviamo

$$-B(x) = 1 + e^x p(x) - e^{-x} q(x) - A'(x).$$

E allora, al posto delle prime due equazioni (5), possiamo scrivere queste due altre

$$(7) \quad \begin{cases} e^x p(x) + e^{-x} q(x) = -A(x) \\ e^x p(x) - e^{-x} q(x) = A'(x) - B(x) - 1. \end{cases}$$

Risolvendole, deduciamo

$$\begin{aligned} p(x) &= \frac{1}{2e^x} [-A(x) + A'(x) - B(x) - 1] \\ q(x) &= \frac{1}{2e^{-x}} [-A(x) - A'(x) + B(x) + 1]; \end{aligned}$$

e, sostituendo nella (3), possiamo scrivere

$$(8) \quad \begin{aligned} y(x) &= F(x) + \frac{1}{2} \int_0^x \{ e^{x-\xi} [-A(\xi) + A'(\xi) - B(\xi) - 1] \\ &\quad + e^{\xi-x} [-A(\xi) - A'(\xi) + B(\xi) + 1] \} y(\xi) d\xi. \end{aligned}$$

La funzione $F(x)$ è nota, ma vi figurano due costanti arbitrarie, le quali figureranno anche nella soluzione y dell'equazione integrale (8).

Nel caso generale, le equazioni (7) sarebbero in numero di n , e il loro determinante sarebbe il determinante di Vandermonde-Cauchy, costituito colle potenze d'una radice primitiva n^{ma} dell'unità. Nelle espressioni di p_0, p_1, \dots , figurerebbero: la derivata $(n-1)^{ma}$ di A , quella $(n-2)^{ma}$ di B , ecc.

Per risolvere speditamente la (8), oltre i metodi classici, si può facilmente adoperare un metodo che esposi a suo tempo nel mio corso libero di Fisica matematica nell'Università di Messina, e che ho recentemente presentato in una Comunicazione al Congresso di Matematica.

Fisica. — *Potere emissivo e illuminazione del selenio cristallino* ⁽¹⁾. Nota di LAVORO. AMADUZZI, presentata dal Socio A. RIGHI.

È noto come dalla teoria del Maxwell sia possibile desumere, secondo hanno indicato fra gli altri Drude, Cohn e Plank ⁽²⁾, la seguente relazione per il potere riflettente R (espresso prendendo eguale a 100 l'intensità della radiazione incidente normale) nella regione delle grandi lunghezze d'onda:

$$(1) \quad R = 100 - \frac{200}{\sqrt{\mathcal{A}\tau}}.$$

In essa \mathcal{A} rappresenta la conducibilità elettrica del metallo in unità elettrostatiche e τ il periodo della vibrazione incidente, in secondi.

Tale relazione può trasformarsi nell'altra:

$$(2) \quad (100 - R) \sqrt{k} = \frac{36,5}{\sqrt{\lambda}} = C_{\lambda}$$

nella quale λ è la lunghezza d'onda in micron della radiazione incidente e k è il valore reciproco della resistenza elettrica del metallo considerato, misurata in ohms e riferita ad un metro di lunghezza e ad un millimetro di sezione. È evidente poi che dato il modo di esprimere il potere riflettente R per l'incidenza normale, $100 - R$ rappresenta l'intensità della radiazione assorbita dal metallo.

Orbene, la relazione (2) fra il potere riflettente di un metallo e la conducibilità elettrica, venne verificata sperimentalmente da Hagen e Rubens ⁽³⁾, sia valutando R direttamente per lunghezze d'onda ultrarosse non eccessivamente grandi in corrispondenza delle quali R differisce sufficientemente da 100, sia valutandolo indirettamente per lunghezze d'onda più elevate colla determinazione del potere emissivo, che, in base alla legge del Kirchhoff risulta eguale al prodotto di $100 - R$ per il potere emissivo del corpo nero.

La verifica non poteva riuscire più soddisfacente, tanto che dopo aver considerati i diversi metalli puri, Hagen e Rubens studiarono varie leghe

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di fisica della R. Università di Bologna, diretto dal sen. prof. Augusto Righi.

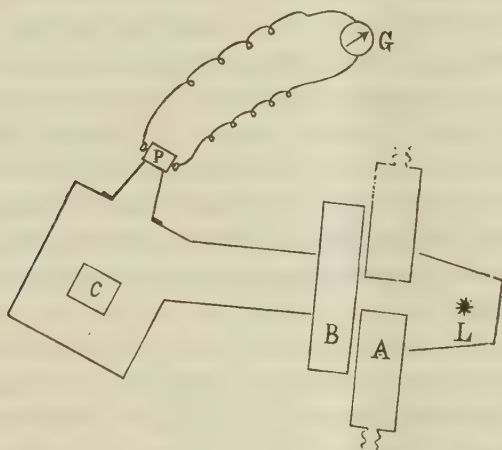
⁽²⁾ P. Drude, *Physik der Aethers*, 1894, pag. 574; E. Cohn, *Das electromagnetische Feld*, 1900, pag. 444; M. Plank, *Sitzungsber. d. K. Akad. d. Wissensch. zu Berlin*, 1903, pag. 278.

⁽³⁾ Hagen e Rubens, *Vehrhandl. d. deutschen Phys. Gesellsch.*, t. V, pp. 113 e 145, 1903, t. VI, p. 128, 1904. *Ann. d. Physik* (4), t. XI, 1903, pag. 873. *Phys. Zeits.*, t. V, p. 606, 1904.

metalliche, e poterono seguire le variazioni del potere emissivo colla resistenza in quegli acciai al nichel la cui conducibilità elettrica varia considerevolmente colla composizione, tanto da presentare, in funzione del contenuto in nichel, un minimo accusato a circa 30 per 100 di nichel.

Inoltre, Hagen e Rubens hanno potuto verificare la relazione (2) per quegli acciai al nichel, che, con convenienti variazioni di temperatura presentano due modificazioni, l'una magnetica e l'altra non magnetica.

Per il bismuto solido però la relazione non risultò verificata (il potere emissivo apparve 2,54 volte più grande del valore calcolato: 25,6 invece di 10,09) e nemmeno poté notarsi una corrispondente variazione di potere



emissivo con quelle variazioni di conducibilità che nel bismuto solido determina l'azione di un campo magnetico. L'anomalia non si rilevò per il bismuto liquido, cosicchè essa sembra legata alla costituzione cristallina del corpo.

Mi parve opportuno indagare se la variazione di conducibilità che l'illuminazione determina nel selenio volgarmente detto metallico, ha come corrispettiva una variazione del potere emissivo per le onde lunghe. Riferendosi la relazione considerata fra gli elementi ottico ed elettrico solo ai metalli, l'indagine mi appariva di qualche interesse anche perchè poteva illuminare sulla questione del comportamento metallico od elettrolitico del selenio. Si sa difatti come il Righi ⁽¹⁾ abbia già da tempo messo in rilievo che il selenio manifesta un comportamento più da elettrolita che da metallo, in quanto poté rilevare che siffatto corpo non segue in generale la legge del contatto di Volta.

Per tale ricerca mi parve conveniente limitarmi all'esame della emissione totale per una temperatura di radiazione sufficientemente bassa.

(¹) Righi, *Sulla forza elettromotrice del selenio*. Padova, 1888, Tip. del Seminario.

Qualitativamente la relazione fra l'elemento ottico e quello elettrico doveva, con mezzi sensibili di indagine, apparire manifesta, se l'emissione di un cubo di Leslie portato ad 80° e avente tre delle quattro faccie laterali in argento, costantana, bismuto, presenta nettamente le differenze che le misure rigorose additano (Rubens).

Fra selenio nell'oscurità e selenio ben illuminato si manifestano difatti ben sensibili differenze di conducibilità elettrica quando il selenio sia stato nel miglior modo trasformato.

Usai quindi un cubo C di Leslie con una faccia rivestita di selenio cristallino, preparato col portare a 200° selenio amorfo chimicamente puro fornito in bacilli della casa E. Merck, e coll'abbandonarlo poi ad un lento abbassamento di temperatura sino alla temperatura ambiente. Una faccia era in ottone ben speculare, ed una terza rivestita da uno strato uniforme di nero fumo. Sulla quarta faccia, mediante una molla conveniente potevo fissare a volontà un disco di ottone rivestito con selenio *duro* di Ruhmer, oppure un disco di ottone rivestito con selenio *tenero* pure di Ruhmer. Tali dischi erano stati preparati dallo stesso prof. Ernesto Ruhmer, e mi furono gentilmente favoriti dall'egregio dott. Vittorio Chiarini, che ringrazio.

Il cubo di Leslie veniva riempito di acqua che si manteneva ad una temperatura di 75°C .

Di fronte ad esso, alla distanza di 20 cm. era collocata una pila Melloni P di buona sensibilità, collegata ad un galvanometro Magnus la cui sensibilità era tale che colla distanza di m. 2,50 fra cannocchiale e scala un millimetro della scala equivaleva a $4,4 \cdot 10^{-7}$ Amp., vale a dire per ogni grado di deviazione l'intensità della corrente era di 3,1 centomillesimi di Ampère.

La sensibilità della pila Melloni era tale da recare una deviazione galvanometrica di 120 mm. quando di fronte ad essa si collocava la faccia annerita del cubo a quella distanza già indicata di 20 cm.

Il cubo di Leslie era protetto da radiazioni indirette, e la luce destinata ad illuminare nei momenti opportuni il selenio soggetto ad esperienza, era nel modo migliore spogliata di azione calorifica sensibile mediante strati liquidi assorbenti.

Orbene, con tale disposizione non mi fu mai possibile rinvenire una qualsiasi azione della luce sul potere emissivo del selenio da me adoperato, sia del selenio che io avevo trasformato e che aveva ben raggiunta la qualità di selenio conduttore, sia del selenio *duro* o *tenero* del Ruhmer.

Il comportamento del selenio sembra potersi confrontare in qualche modo a quello del bismuto per ciò che concerne la nessuna variazione del potere emissivo di questo corpo in corrispondenza della variazione della resistenza elettrica sua per azione di un campo magnetico.

Ma il bismuto esce dalla regola generale anche senza che se ne provochi una variazione della conducibilità elettrica con un campo magnetico.

Del selenio non si può dire altrettanto perchè mancano valori comparabili del potere emissivo e della conducibilità elettrica sua.

Per giudicare dunque definitivamente se anch'esso debba considerarsi corpo d'eccezione alla maniera del bismuto e ciò dipendentemente dalla costituzione sua cristallina, come per il bismuto pensano Hagen e Rubens, appariscono opportune misure comparative di conducibilità elettrica e di potere emissivo per onde calorifiche di determinata lunghezza.

Ma non sembra fuor di luogo pensare che il risultato della ricerca che è oggetto di questa Nota si debba a ciò che il selenio si comporti più da elettrolita che da metallo.

Fisica. — *Il fenomeno Zeeman e il secondo principio della Termodinamica.* Nota di O. M. CORBINO, presentata dal Corrispondente D. MACALUSO.

1. Una sorgente sferica S emetta ed assorba le radiazioni di lunghezza d'onda λ e le molto vicine, in modo da dar luogo a una riga sottile per emissione o per assorbimento. Essa abbia dimensioni sufficienti perchè, disponendola nel centro di una superficie sferica perfettamente speculare al-

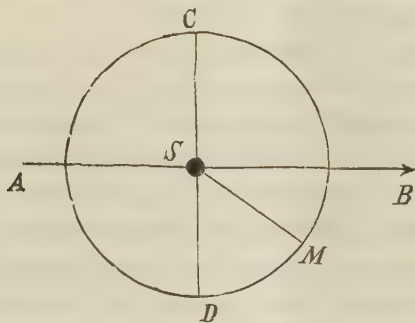


FIG. 1.

l'interno, i raggi emessi siano quasi tutti riassorbiti dopo una sola riflessione.

Se la sorgente e la sfera son disposte in un campo magnetico uniforme di direzione AB (fig. 1), l'emissione e l'assorbimento si modificano per il fenomeno di Zeeman. La sorgente emette, nel caso più semplice, una vibrazione parallela ad AB di lunghezza d'onda λ e due altre circolari di lunghezze d'onda λ_1, λ_2 [$\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$] disposte nel piano normale ad AB . Di queste la λ_1 gira nel senso della corrente magnetizzante, ed è perciò sinistrorsa se guardata nel senso BS ; l'altra gira nel senso opposto.

L'effetto ottico in qualunque direzione è quello dovuto a queste tre componenti, o meglio alle loro proiezioni su un piano normale al raggio.

Così nel senso SB si propagheranno due sole radiazioni circolari [$\lambda_1 \nearrow$, $\lambda_2 \searrow$]; nel senso SA due radiazioni circolari inverse [$\lambda_1 \curvearrowright$, $\lambda_2 \curvearrowleft$]; nel senso SC o SD tre radiazioni a vibrazioni rettilinee [$\lambda_1 \uparrow$, $\lambda \leftrightarrow$, $\lambda_2 \downarrow$]; e infine nel senso SM, come dimostrò il prof. Righi ⁽¹⁾, tre radiazioni di cui una, λ , polarizzata rettilineamente e le altre due, λ_1 , λ_2 , polarizzate ellitticamente, coi particolari prevedibili in base alla regola sopra esposta.

La radiazione tra la sorgente e la sfera speculare ne risulta profondamente modificata. E invero, come l'esperienza dimostra, la sorgente assorbe le radiazioni che emette *nel senso* in cui le incidenti l'attraversano; essa perciò assorbirà ancora, dopo una sola riflessione sulla sfera, le radiazioni emesse nel piano equatoriale CD; ma una riflessione non basterà più per le radiazioni emesse secondo l'asse AB e nelle altre direzioni. Così i raggi di lunghezza d'onda λ_1 (sinistrorso) e λ_2 (destrorso) che si propagano lungo SB, restano tali dopo la riflessione e non sono più assorbiti tornando su S, poichè questa nel senso SA emette una radiazione λ_1 destrorsa e una λ_2 sinistrorsa. Adunque nel senso SA, e così nel senso SB, si propagherà una radiazione complessiva d'intensità doppia di quella che si propagherebbe senza il campo o di quella che anche col campo si propaga lungo SC e SD. L'assorbimento si compirà, per le radiazioni non equatoriali, dopo due riflessioni anzichè una, come è facile riconoscere.

Questa perturbazione sarà eliminata se noi tappezziamo la parete speculare con una lamina birifrangente sferica di $\frac{1}{4}$ d'onda, avente la sezione principale orientata in ogni punto secondo la tangente al meridiano condotto per l'asse del campo. Con questo artificio le vibrazioni rettilinee che si propagano nel piano equatoriale non saranno alterate; le altre circolari od ellittiche nelle direzioni non equatoriali traverseranno, alla prima riflessione, due volte la lamina quarto d'onda, orientata dovunque in modo da capovolgere il senso di rotazione, e da rendere con ciò completamente assorbibili le radiazioni relative nel traversare la sorgente S.

2. Posto ciò, si consideri il dispositivo della fig. 2. Due sorgenti S_1 , S_2 (identiche) e circondate dalle superfici sferiche speculari tappezzate dalla lamina quarto d'onda, s'inviano reciprocamente le proprie radiazioni a traverso a due aperture e con l'intervento di una lente colletttrice L convenientemente disposta.

L'equilibrio è ottenuto per l'uguaglianza delle quantità di energie emesse e assorbite dalle due sorgenti.

Supponiamo adesso che due campi magnetici uniformi agiscano sulle due sorgenti, secondo A_1B_1 , e A_2B_2 , cioè secondo direzioni ortogonali.

(¹) A. Righi, Mem. Acc. Bologna, t. VIII, pag. 263, 1900.

Dimostreremo che se S_1 e S_2 emettono attraverso alle due aperture quantità di energie uguali, che assumiamo come 1, la sorgente S_1 assorbe $\frac{2}{3}$ dell'energia propria e $\frac{2}{3}$ di quella proveniente da S_2 , mentre la S_2 assorbe $\frac{1}{3}$ della propria e $\frac{1}{3}$ di quella proveniente da S_1 : cosicchè in totale S_1 ed S_2 emettono ugualmente, ma la prima assorbe una quantità di energia *doppia* di quella assorbita dalla seconda; pur essendo le due sorgenti identiche.

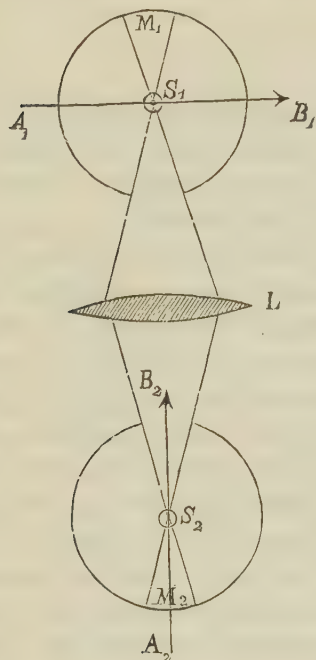


FIG. 2.

La contraddizione col secondo principio della termodinamica è evidente, e occorrerà in qualche modo ristabilire l'impero del principio medesimo.

3. Cominciamo con l'osservare che è inutile tenere conto dell'emissione diretta di S_1 e S_2 verso le parti M_1 e M_2 degli specchi, poichè queste per la presenza della lamina quarto d'onda vengono interamente riassorbite dalle sorgenti. Basta quindi seguire soltanto, fino al loro completo estinguimento, le radiazioni emesse da ciascuna verso l'altra sorgente.

La S_1 emette le radiazioni: λ_1 (intensità $\frac{1}{4}$ e vibrazione \updownarrow), λ_2 (intensità $\frac{1}{4}$ e vibrazione \updownarrow) e λ (intensità $\frac{1}{2}$ e vibrazione \leftrightarrow). Della prima, S_2 assorbe una componente circolare (intensità $\frac{1}{8}$ e vibrazione \curvearrowright) e resta l'altra componente (intensità $\frac{1}{8}$ e vibrazione \curvearrowleft), che viene riflessa dallo specchio, cambia di direzione e di senso di rotazione e non è perciò assorbita da S_2 ; prosegue verso S_1 che ne assorbe una metà (intensità $\frac{1}{16}$ e vibrazione \updownarrow), resta l'altra metà (intensità $\frac{1}{16}$ vibrazione \leftrightarrow) che ritorna verso S_2 , la quale ne assorbe metà (intensità $\frac{1}{32}$ vibrazione \curvearrowright); e così di seguito. Se si sommano adesso le quantità di luce assorbite singolarmente da S_1 e S_2 si trova per S_1

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots = \frac{1}{12}$$

e per S_2

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \dots = \frac{1}{6}$$

Un analogo ragionamento fatto per la componente λ_2 dà luogo al medesimo risultato numerico. Quanto alla radiazione λ è facile riconoscere che S_2 non

ne assorbe nulla, e che dopo il percorso $S_1 S_2 M_2 S_2 S_1$ essa ritorna interamente su S_1 . Adunque:

Della radiazione d'intensità 1 emessa da S_1 , questa riassorbe

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}, \text{ ed } S_2 \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}.$$

In modo simile si dimostra che delle radiazioni λ_1 (intensità $\frac{1}{2}$ vibrazione \curvearrowright) e λ_2 (intensità $\frac{1}{2}$ e vibrazione \curvearrowleft) emesse da S_2 verso S_1 , la S_1 assorbe l'energia $\frac{2}{3}$ ed S_2 il resto, cioè $\frac{1}{3}$. Cosicchè complessivamente S_1 assorbe l'energia $\frac{4}{3}$ ed S_2 l'energia metà, $\frac{2}{3}$, come si era enunciato.

4. Questo risultato non è necessariamente connesso alla presenza della lamina quarto d'onda; poichè anche senza di questa si può dimostrare che, conservando adesso i raggi circolari il loro senso di rotazione dopo la riflessione, le radiazioni emesse da S_1 e S_2 nel senso *diretto* (da S_1 a S_2 e da S_2 a S_1) sono *egualmente* assorbite da entrambe; ma che inoltre la S_1 riassorbe pure la radiazione propria emessa nel senso $S_1 M_1$; mentre S_2 non assorbe quella emessa nel senso $S_2 M_2$, e quest'ultima radiazione, sovrappo-
nendosi a quella emessa nel senso $S_2 S_1$, ha l'effetto di raddoppiare l'energia proveniente da S_2 . Il risultato finale è, qualitativamente, identico.

5. Ancora a conclusioni analoghe si perviene *sopprimendo gli specchi* e mettendo in presenza due sorgenti S_1 ed S_2 disposte in campi magnetici ortogonali. Anzi in questo caso il risultato è immediato, e si trova che, chiamando 1 l'energia totale che l'una sorgente invia verso l'altra, S_2 ne assorbe $\frac{1}{4}$ ed S_1 invece $\frac{1}{2}$. Il resto viaggia dalle due parti per l'incompleto assorbimento; ma fu utile tenerne conto, come si fece ai numeri 3 e 4, per evitare il sospetto che a questi raggi propagantisi nel libero spazio si possa attribuire la funzione compensatrice richiesta dal secondo principio della termodinamica come avviene, secondo Planck, nel paradosso di Wien (¹). Nel nostro caso si potrebbe, per esempio, osservare che i raggi restanti finirebbero con l'essere assorbiti in qualche posto da una parete a bassa temperatura, ristabilendo il compenso.

6. Cerchiamo adesso di ovviare alla contraddizione trovata col secondo principio nell'ipotesi che le radiazioni studiate siano di temperatura. Potrebbe la luce emessa nel senso delle linee di forza, esser meno intensa di quella emessa nel senso normale; occorrerebbe però che la prima fosse la metà della seconda, il che l'esperienza non rivela per nulla, malgrado l'entità notevole dell'effetto previsto.

In secondo luogo potrebbe la distribuzione delle intensità tra le componenti λ_1 , λ , λ_2 emesse nel senso normale al campo esser diversa da quella supposta, e che pure è la comunemente ammessa, specialmente dopo le ul-

(¹) M. Planck-Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellschaft, 2, pag. 206, 1900; id. id. Drude's Annalen, t. 3, pag. 764, 1900; W. Wien, Drude's Annalen, t. 4, pag. 422, 1901.

time esperienze di Zeeman (¹); ma per eliminare la contraddizione occorrerebbe addirittura che la componente λ parallela al campo, che pure è la più intensa, *non esistesse affatto*, il che non ha luogo certamente.

Non resta adunque che escludere l'ipotesi che le sorgenti S_1, S_2 emettano termicamente. Se invero esse fossero costituite da vapori metallici riscaldati con un mezzo qualsiasi a temperatura elevata, in modo che l'emissione potesse durare indefinitamente spendendo solo calore, certo il secondo principio sarebbe violato. Ma se l'emissione avesse origini *dirette* chimiche od elettriche, sarebbe ancora un fatto ben singolare lo scambio disuguale di energia tra due corpi *identici* per il solo intervento di due campi magnetici ortogonali, ma si uscirebbe dal campo dell'impossibilità e la via alla ricerca del compenso sarebbe nuovamente dischiusa.

Credo adunque si possa concludere che: Due sorgenti luminose identiche con spettro a righe, sensibili al campo magnetico e opportunamente disposte, assorbono in misura diversa le radiazioni complessivamente di uguale intensità che si inviano reciprocamente.

E perciò un vapore metallico portato ad alta temperatura, con esclusione di altri processi chimici o elettrici, o non emette righe spettrali, o, se le emette, esse non devono dar luogo al fenomeno di Zeemann.

Ricorderò in proposito che solo per taluni spettri a bande è stato dimostrato che l'emissione è di temperatura; e appunto gli spettri a bande non sono sensibili al campo magnetico.

Fisica. — *Azione delle onde elettriche sui cicli d'isteresi magnetica per torsione di un filo di ferro magnetizzato longitudinalmente* (²). Nota di L. TIERI, presentata dal Socio P. BLASERNA.

In una precedente Nota (³) ho riferito sulla grande sensibilità che acquista il detector magneto-elastico quale rivelatore di onde hertziane, quando si tiene magnetizzato circolarmente o longitudinalmente il filo di ferro.

In un successivo lavoro (⁴) ho ricercato la dipendenza di tale sensibilità dalla forma del ciclo, quando il filo è magnetizzato circolarmente.

Nel presente lavoro, invece, studio l'azione delle onde elettromagnetiche sui cicli d'isteresi magneto-elastica, quando il filo di ferro è sottoposto a una magnetizzazione longitudinale.

Il dispositivo di cui ho fatto uso è schematicamente rappresentato dalla figura I. Un filo di ferro *ab* del diametro di mm. 0,5 e della lunghezza

(¹) P. Zeeman, Kon. Akad. Amsterdam, 28 novembre 1907.

(²) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Fisica della R. Università di Roma.

(³) Rend. Acc. dei Lincei, 1906, 1° sem., pag. 164.

(⁴) Rend. Acc. dei Lincei, 1906, 2° sem., pag. 94.

di cm. 40, è saldato a due pezzi di ottone; l'uno fissato superiormente, l'altro portante un peso di gr. 250 e un indice scorrevole sopra un cerchio graduato. Le onde hertziane, generate da un oscillatore (le cui palline erano alla distanza di cm. 0,5) alimentato da una macchina elettrostatica, venivano direttamente lanciate sul filo di ferro, il quale era disposto verticalmente all'interno di una bobina del diametro esterno di cm. 0,7, della lunghezza di cm. 47, formata da due strati di filo di rame del diametro di cm. 0,02 a nudo ed avente 70,5 spire per centimetro. Un magnetometro astatico a riflessione, posto in corrispondenza dell'estremità superiore del filo di ferro, mi accusava le variazioni di magnetizzazione subite dal filo stesso.

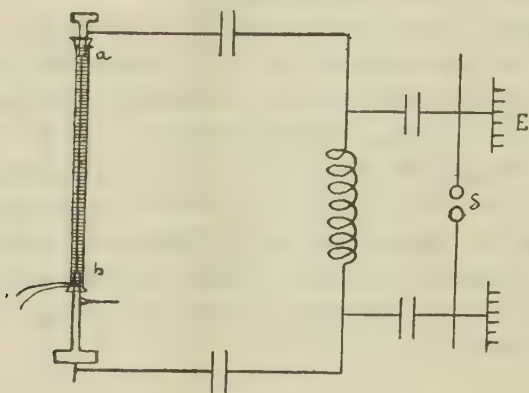
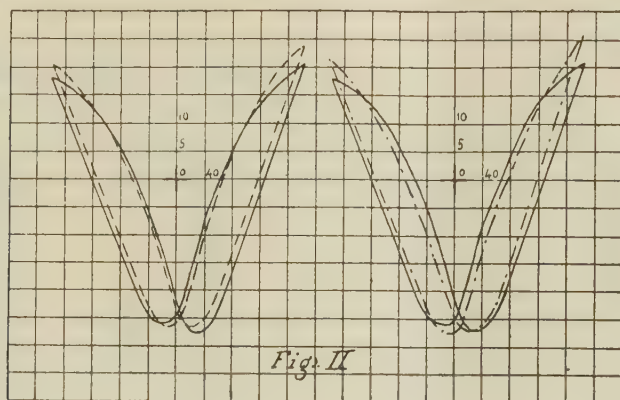


Fig. I

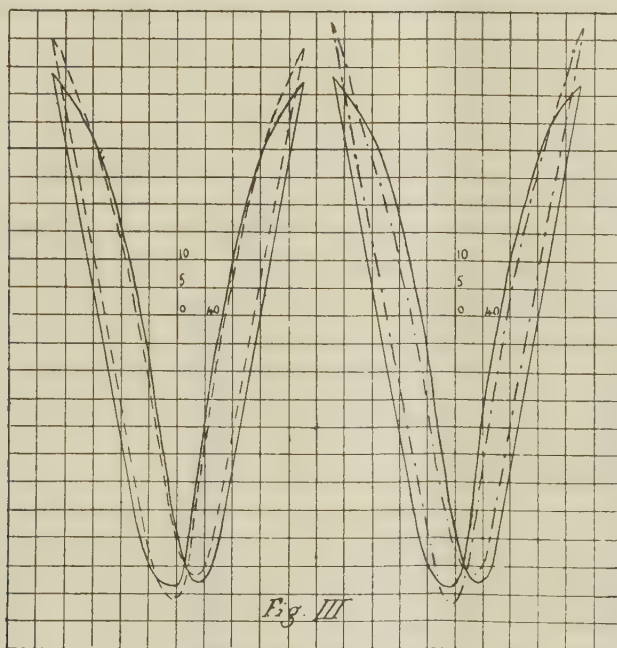
Le esperienze venivano condotte nel modo seguente: generato un determinato campo per mezzo di una corrente d'intensità costante circolante nella bobina entro cui era posto il filo di ferro, questo veniva ciclizzato mediante ripetute torsioni della sua estremità inferiore, fra $\pm 180^\circ$; poi, per parecchi punti del ciclo normale, determinavo col magnetometro l'azione di una scarica oscillatoria e di una serie di scariche oscillatorie sul momento magnetico del filo. La serie di scariche oscillatorie veniva prolungata fino a che le scariche successive non avessero più effetto sul momento magnetico del filo.

Nella tabella I sono riportati i risultati ottenuti col campo terrestre; cioè con un campo di 0,37 unità C. G. S.; nella II quelli ottenuti con un campo di 2,14 unità. Nella 1^a colonna di ciascuna tabella sono registrati gli angoli di torsione a cui fu sottoposto il filo di ferro, nella 2^a le corrispondenti deflessioni magnetometriche, cioè i punti che delimitano il ciclo normale; nella 3^a le deflessioni magnetometriche dopo l'effetto di una scarica oscillatoria; nell'ultima le deflessioni del magnetometro dopo una serie

di scariche oscillatorie. Le figure II e III si riferiscono rispettivamente alle tabelle I e II. Esse furono disegnate prendendo come ascisse gli angoli di



torsione a cui il filo fu sottoposto, e come ordinate le corrispondenti deflessioni magnetometriche. Il ciclo normale è quello a tratto continuo; il ciclo



perturbato da una sola scarica oscillatoria è quello tratteggiato; quello a tratti e punti è il ciclo perturbato da una serie di scariche oscillatorie.

I.

$H = 0,37$

| Torsioni in gradi | Ciclo normale | CICLO PERTURBATO | |
|----------------------|---------------|--------------------------------|--|
| | | da una scarica oscillatoria | da una serie di scariche oscillatorie |
| 0 | — 21,0 | — 21,9 | — 24,3 |
| 40 | — 27,1 | — 25,2 | — 25,2 |
| 80 | — 17,0 | — 14,0 | — 14,5 |
| 120 | — 1,5 | 1,5 | 1,7 |
| 160 | 12,5 | 15,6 | 17,0 |
| 180 | 20,9 | 23,9 | 25,6 |
| 160 | 19,0 | 21,4 | 22,0 |
| 120 | 14,7 | 15,1 | 14,1 |
| 80 | 5,0 | 3,8 | 1,2 |
| 40 | — 7,0 | — 9,7 | — 12,8 |
| 0 | — 25,3 | — 26,3 | — 27,4 |
| — 40 | — 24,4 | — 22,5 | — 22,5 |
| — 80 | — 13,0 | — 11,0 | — 10,5 |
| — 120 | — 0,9 | 1,2 | 1,2 |
| — 160 | 11,2 | 14,0 | 14,0 |
| — 180 | 18,0 | 20,5 | 21,1 |
| — 160 | 17,0 | 18,5 | 19,0 |
| — 120 | 13,0 | 13,1 | 11,9 |
| — 80 | 5,1 | 4,0 | 2,0 |
| — 40 | — 5,1 | — 7,0 | — 10,6 |
| 0 | — 21,5 | — 22,3 | — 24,8 |

II.

$H = 2,14$

| Torsioni in gradi | Ciclo normale | CICLO PERTURBATO | |
|----------------------|---------------|--------------------------------|--|
| | | da una scarica oscillatoria | da una serie di scariche oscillatorie |
| 0 | — 37,0 | — 39,0 | — 41,5 |
| 40 | — 48,0 | — 45,2 | — 44,2 |
| 80 | — 27,0 | — 22,0 | — 19,0 |
| 120 | 1,2 | 6,3 | 9,0 |
| 160 | 28,0 | 34,0 | 35,0 |
| 180 | 42,0 | 48,0 | 52,0 |
| 160 | 39,0 | 42,5 | 42,5 |
| 120 | 28,9 | 29,0 | 27,5 |
| 80 | 10,0 | 6,0 | 4,0 |
| 40 | — 16,4 | — 21,3 | — 26,5 |
| 0 | — 49,9 | — 51,7 | — 52,0 |
| — 40 | — 43,5 | — 40,1 | — 38,9 |
| — 80 | — 22,5 | — 17,0 | — 12,1 |
| — 120 | 6,5 | 11,6 | 14,0 |
| — 160 | 32,0 | 37,1 | 40,0 |
| — 180 | 43,8 | 50,0 | 53,0 |
| — 160 | 40,0 | 45,0 | 46,0 |
| — 120 | 32,5 | 32,5 | 31,0 |
| — 80 | 16,0 | 13,0 | 10,0 |
| — 40 | — 6,0 | — 10,5 | — 16,0 |
| 0 | — 38,0 | — 40,0 | — 42,5 |

Dai precedenti cicli, e da altri ottenuti con campi più o meno intensi, risulta che una magnetizzazione longitudinale ha per effetto di aumentare l'inclinazione sull'asse delle ascisse della curva che chiude il ciclo magnetico per torsione d'un filo di ferro; e perciò il detector magneto-elastico è più sensibile alle onde elettro-magnetiche quando il fascio di fili di ferro è magnetizzato longitudinalmente per mezzo di una corrente che generi un campo risultante più intenso del campo terrestre.

In un prossimo lavoro studierò come varia la sensibilità del detector magneto-elastico col variare della magnetizzazione longitudinale del filo di ferro.

Chimica. — *Solubilità allo stato solido fra composti aromatici ed i relativi esaidrogenati. (Equilibrio nel sistema fenolo-cicloesanol)* ⁽¹⁾. Nota di L. MASCARELLI e U. PESTALOZZA, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

Già nella Nota precedente ⁽²⁾ accennammo all'interesse speciale che presentava la coppia fenolo-cicloesanol, di cui avevamo cominciato lo studio, perchè, come vedremo, l'equilibrio che si stabilisce fra questi due corpi conferma l'ipotesi, allora enunciata, che il formarsi di soluzione solida, quando si sciogla il composto aromatico nel relativo esaidrogenato e non viceversa, dipenda da un fenomeno di isodimorfismo.

Diamo anzitutto i dati numerici (tav. I) coi quali costruimmo la curva di congelamento del sistema fenolo-cicloesanol (fig. 1, I). I valori relativi al ramo sul quale il cicloesanol si separa come fase solida sono, per le ragioni esposte (l. c.), solo approssimativi: li potemmo ottenere operando d'inverno in condizioni favorevoli di temperatura (conservando a lungo la miscela a temperatura prossima al suo punto di fusione); potemmo così osservare il tratto nel quale il termometro rallentava nella discesa in modo sensibile. Queste letture erano abbastanza concordanti.

Il fenolo adoperato era quello sintetico di Kahlbaum, dopo purificazione solidificava a 40°⁷ e bolliva a 183°; il cicloesanol proveniva dalla fabbrica Poulenc Frères di Parigi; dopo purificazione mediante trattamento con bisolfito sodico solidificava a 20° e bolliva a 161°.

Le esperienze vennero fatte con termometro Beckmann diviso in decimi di grado; per le basse temperature vennero usati miscugli frigoriferi di ghiaccio e sale oppure di anidride carbonica solida ed etere. Usammo poi ogni precauzione per premunirci dalla umidità.

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nel laboratorio di Chimica generale della R. Università di Bologna.

⁽²⁾ Rendic. R. Accad. Lincei, 1907; II, 567.

TAVOLA I

| Numero d'ordine | Fenolo gr. | Cicloesano gr. | Concentrazione in gr. per 100 gr. miscela | | Temperatura |
|--------------------|---------------|-------------------|---|------------|-------------|
| | | | fenolo | cicloesano | |
| 0 | 8.695 | 0 | 100.00 | 0 | 40.7 |
| 1 | — | 0.6333 | 93.21 | 6.79 | 35.4 |
| 2 | — | 1.1106 | 88.68 | 11.32 | 31.1 |
| 3 | — | 1.4976 | 85.30 | 14.70 | 27.7 |
| 4 | 9.495 | 2.0560 | 82.20 | 17.80 | 23.4 |
| 5 | — | 2.4737 | 79.33 | 20.67 | 19.5 |
| 6 | 3.956 | 1.2360 | 76.19 | 23.81 | 19.6 |
| 7 | — | 1.4523 | 73.15 | 26.85 | 19.8 |
| 8 | — | 1.6681 | 70.34 | 29.66 | 19.8 |
| 9 | — | 1.8113 | 68.59 | 31.41 | 19.4 |
| 10 | — | 1.9487 | 66.99 | 33.01 | 19.4 |
| 11 | — | 2.2032 | 64.23 | 35.77 | 18.6 |
| 12 | 3.055 | 2.1205 | 59.03 | 40.97 | 16.2 |
| 13 | — | 2.4910 | 55.09 | 44.91 | 14.4 |
| 14 | — | 2.9022 | 51.29 | 48.71 | 11.6 |
| 15 | 2.360 | 2.7954 | 45.81 | 54.19 | 4.3 |
| 16 | 1.220 | 1.7523 | 41.04 | 58.96 | — 1.6 |
| 17 | — | 2.0409 | 37.41 | 62.59 | — 6.8 |
| 18 | — | 2.5346 | 32.49 | 67.51 | — 16.8 |
| 19 | — | 2.9800 | 29.05 | 70.95 | — 25.3 |
| 20 | — | 3.5220 | 25.73 | 74.27 | — 34.3 |
| 21 | 0.2387 | 2.743 | 8.01 | 91.99 | — 24.0 |
| 22 | 0.1024 | — | 3.58 | 96.42 | + 1.4 |
| 23 | 0.00 | — | 0 | 100.00 | + 20.0 |

Il tratto di curva prima della concentrazione quinta è normale, come si può vedere dal calcolo dei pesi molecolari, e fino a quella concentrazione si nota che le letture sono nette e che la massa cristallizzando diventa dura conservando sempre il color bianco e l'aspetto che aveva nel caso del fenolo puro. Dopo la quinta concentrazione la massa che gela si fa pastosa, i cristalli diventano minuti e translucidi e la curva prende l'andamento indicato nella figura.

Fra le concentrazioni 20-21 non si poterono fare letture perchè la miscela gelava a temperatura troppo bassa.

Rimaneva dubbio se il tratto di curva compreso fra le concentrazioni 5-12 passasse per un massimo; perciò rifacemmo le determinazioni con un

termometro Beckmann diviso in centesimi di grado. I dati sperimentali che ci permisero di costruire la curva della fig. 2 verranno riportati in altro luogo.

Da questa appare che realmente si ha un massimo. Si potrebbe quindi credere, che fra le concentrazioni 5-20 si separi un prodotto d'addizione fra

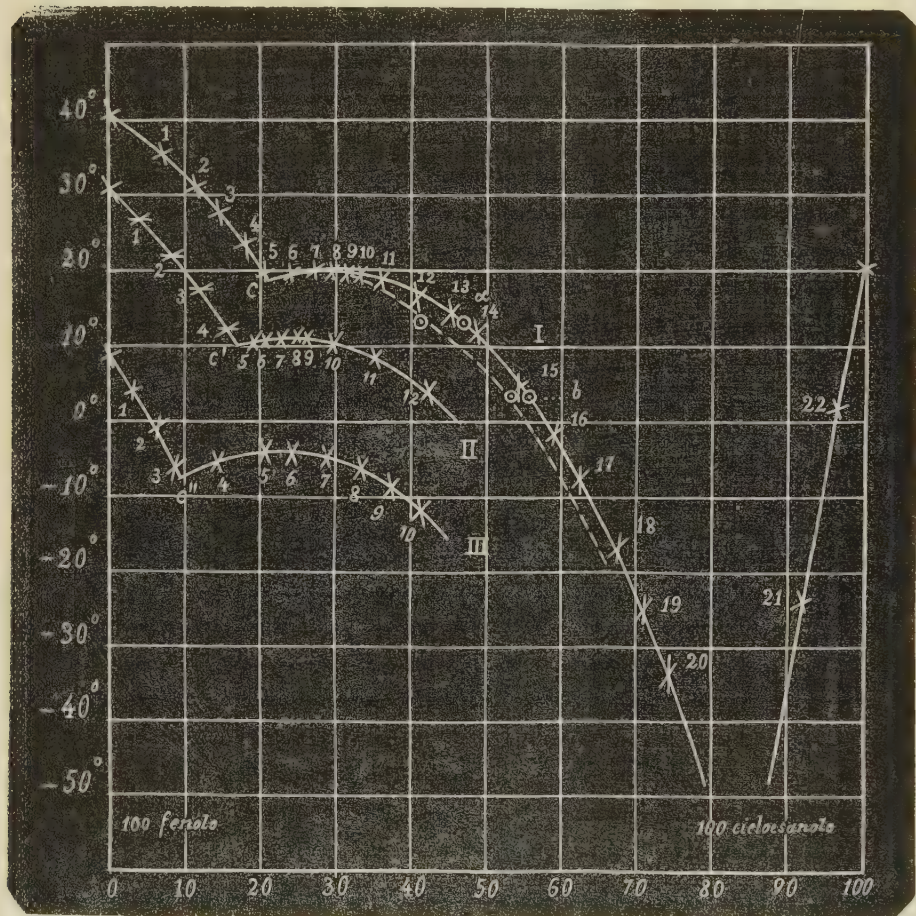


FIG. 1.

i due componenti, il quale avrebbe il punto di fusione alla temperatura di circa 20°, ma la composizione complessa che si ricava dalla posizione del massimo (tra le concentrazioni 6-9) e le considerazioni sulla natura chimica dei due componenti rendevano poco verosimile la sua esistenza. Premeva perciò di escludere subito la formazione di un prodotto d'addizione.

Dalla teoria degli equilibri in sistemi ternari si ricava che il massimo di una curva di congelamento spettante ad un composto non si sposta se le

determinazioni dei punti di solidificazione si fanno in presenza di una terza sostanza, che soddisfi alle condizioni: di non reagire con nessuno dei componenti il sistema binario, di non essere solubile allo stato solido in nessuno di essi e di dare in tutti i rapporti miscele liquide omogenee. L'uso di una terza sostanza nello studio di alcuni equilibri aveva già dato ad uno di noi ⁽¹⁾ buoni risultati. Applicammo anche ora questo metodo usando come terza sostanza l'uretano etilico. Al riguardo dimostrammo che esso ha comportamento normale col fenolo, sia determinando a piccole concentrazioni il peso molecolare dell'uretano in fenolo, sia studiando l'intera curva di conge-

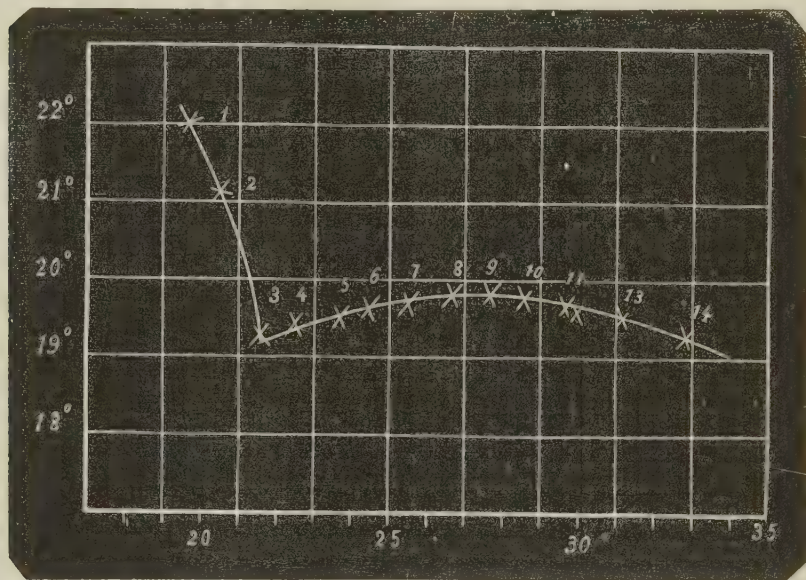


FIG. 2.

lamento del sistema binario. I valori trovati pel peso molecolare e quelli riferentisi alla curva sono qui tralasciati per brevità. Le misure riguardanti il sistema cicloesano-uretano non poterono farsi per la solita ragione, però questo non aveva per noi grande importanza, perchè il nostro campo di studio era distante dalla regione in cui esiste come fase solida il cicloesano.

Le determinazioni vennero fatte in modo che l'uretano fosse presente in quantità sempre costante rispetto alla miscela ternaria, ciò che permette di percorrere (secondo la rappresentazione diagrammatica triangolare di Roozeboom ⁽²⁾) una via parallela alla faccia del prisma su cui si rappresenta l'equilibrio binario tra fenolo e cicloesano. Facemmo due serie di determinazioni; coi valori ottenuti (che pubblicheremo in altro luogo) costruiamo

⁽¹⁾ Mascarelli, Rendic. R. Accad. Lincei, 1908, I, 29.

⁽²⁾ Zeit. f. phys. Ch. 1894, 15, 147.

le curve II e III della fig. 1: la II si riferisce a miscele contenenti il 10 per cento di uretano rispetto alla miscela totale, la III il 25 per cento. In esse si osserva che il massimo della curva viene sensibilmente spostato verso l'asse delle ordinate, ciò che non potrebbe succedere nel caso che esso corrispondesse ad un prodotto d'addizione tra fenolo e cicloesanol.

Esclusa così la separazione come fase solida di un prodotto d'addizione bisognava ammettere che l'andamento speciale della curva fosse dovuto all'intervento di una nuova forma del fenolo e che questa seconda forma potesse manifestarsi solo in presenza di una certa quantità di cicloesanol: questa proprietà del cicloesanol doveva dipendere da un fenomeno di isomorfismo fra cicloesanol e l'altra forma del fenolo. Si trattava quindi di dimostrare che in quel tratto della curva la fase che si va separando è costituita da una soluzione solida dei due componenti. La composizione di questa fase solida venne stabilita col metodo van Bijlert ⁽¹⁾ usando come terza sostanza il benzile [già dimostrato normale in fenolo da Bruni ⁽²⁾] e separando i primi cristalli coll'apparecchio adoperato da Garelli e Ferratini ⁽³⁾.

Il procedimento nell'analisi era il seguente: la massa cristallina separata alla temperatura voluta veniva pesata, indi dibattuta con molta acqua in modo da sciogliere completamente il fenolo ed il cicloesanol; il benzile, che è insolubile in acqua, veniva raccolto su filtro tarato dopo essiccamento nel vuoto su acido solforico, nella soluzione acquosa dosavamo il fenolo e per differenza avevamo la quantità di cicloesanol. In questo modo possedevamo tutti i dati per calcolare la composizione dei cristalli.

Incontrammo alcune difficoltà pel dosaggio del fenolo, poichè la presenza del cicloesanol rendeva inapplicabili i metodi di titolazione ritenuti più esatti: nei metodi di Küster ⁽⁴⁾, di Messinger e Vortmann ⁽⁵⁾, di Toscher ⁽⁶⁾ si usano reattivi che agiscono anche sul cicloesanol.

Trovammo conveniente seguire il metodo di Landolt ⁽⁷⁾ precipitando però il fenolo con bromo nascente secondo le indicazioni di Küster (l. c.). Accertammo col dosamento del bromo nel precipitato ottenuto in quelle condizioni, che esso ha la composizione del bromotribromofenolo $C_6H_2Br_3 \cdot OBr$ (p. f. 119°) e con alcune prove in bianco che tale metodo serviva al caso. Era necessario stabilire la composizione del bromoderivato poichè, come

(¹) Zcit. f. phys. Ch. 8, 343.

(²) Gazz. ch. it. 1898, I, 254.

(³) Gazz. ch. it. 1892, II, 260.

(⁴) Berich. d. deut. Ch. Gesell. 27, 328.

(⁵) Id. id. 23, 2753.

(⁶) Pharm. Journal, 1901, N. 1602.

(⁷) Berich. d. deutsch. Ch. Gesell. 1871, 770.

appare dalla letteratura, esso può avere composizione diversa variando anche leggermente le condizioni di precipitazione (1).

Facemmo due determinazioni.

ESPERIENZA I.

Si riferisce al punto *a* della curva I fig. 1 (concentrazione 46.9 di cicloesanolio per 100 gr. di miscela fenolo-cicloesanolio):

Composizione della soluzione iniziale:

| | |
|-------------------------|------------|
| fenolo | gr. 6.7490 |
| cicloesanolio | " 5.9579 |
| benzile | " 0.3858 |

Peso della massa cristallina separata. " 3.5803
in questa:

| | |
|---|----------|
| fenolo | " 1.9940 |
| benzile | " 0.0382 |
| fenolo dell' acqua madre corrispondente al benzile trovato | " 0.5226 |
| fenolo della soluzione solida | " 1.4714 |
| cicloesanolio dell'acqua madre corrispondente al benzile trovato | " 0.4846 |
| cicloesanolio della soluzione solida | " 1.0635 |

Quindi i cristalli hanno la composizione:

| | |
|-------------------------|----------|
| fenolo | " 1.4714 |
| cicloesanolio | " 1.0635 |

cioè la soluzione solida contiene il 41.95 di cicloesanolio per 100 di miscela fenolo-cicloesanolio.

ESPERIENZA II.

Si riferisce al punto *b* della curva I fig. 1 (concentrazione 55.99 di cicloesanolio per 100 di miscela fenolo-cicloesanolio):

Composizione della soluzione iniziale:

| | |
|-------------------------|------------|
| fenolo | gr. 6.0871 |
| cicloesanolio | " 7.7431 |
| benzile | " 0.4002 |

(1) I dati analitici che si riferiscono a questo dosamento verranno pubblicati per esteso nella Gazzetta Chimica.

Peso della massa cristallina separata. " 1.9415
in questa:

| | |
|--|----------|
| fenolo | " 0.8493 |
| benzile | " 0.0379 |
| fenolo dell'acqua madre corrispondente al benzile trovato | " 0.5479 |
| fenolo della soluzione solida | " 0.3014 |
| cicloesano- lo dell'acqua madre corrispondente al benzile trovato | " 0.6997 |
| cicloesano- lo della soluzione solida | " 0.3546 |

Quindi i cristalli hanno la composizione:

| | |
|--------------------------|----------|
| fenolo | " 0.3014 |
| cicloesano- lo | " 0.3546 |

cioè la soluzione solida contiene il 54.05 di cicloesano- lo per 100 di miscela fenolo-cicloesano- lo.

In questo modo rimane pienamente dimostrato che oltre la concentra- zione 5 nella curva I si separa una soluzione solida tra fenolo e cicloesano- lo.

Coi dati delle due esperienze fu costruita la curva coniugata a quella di congelamento.

Non potemmo col metodo van Bijlert risolvere la questione, se nel ramo del cicloesano- lo si separa solvente puro o una soluzione solida, per la grande tendenza che ha il cicloesano- lo a rimanere sopra- fuso e pel fatto che i primi cristalli, che si dovrebbero separare per l'analisi costituiscono una massa semisolida, che attraversa la reticella dell'apparecchio. Crediamo però di avere qualche indizio che fa pensare un andamento normale in quel tratto: infatti se si calcola l'abbassamento molecolare (K) del cicloesano- lo coi dati sperimentali riportati nella tavola I concentrazioni 21-22, si trovano valori con- cordanti fra loro ($K = 468$; $= 475$) e con quello che potemmo avere in un caso sciogliendovi il benzile ($K = 484$).

I risultati a cui siamo giunti ci permettono di dare una spiegazione soddisfacente dei fenomeni osservati.

Si tratta di due corpi dimorfi di cui solo una delle due forme può fare soluzione solida con una dell'altro. Le forme comuni del fenolo e del cicloesano- lo non sono capaci di sciogliersi allo stato solido e per conseguenza l'andamento generale della curva di congelamento di queste due forme sarà quello indicato nella fig. 3 con a b c .

Le altre due forme sono fra loro completamente solubili allo stato solido per modo che l'andamento generale della loro curva di congelamento può essere quello indicato con d e h f . Ciò spiega come a partire da una data concentrazione appa- risca nel campo di esperienza un tratto e h g (fig. 4)

della curva spettante alle seconde forme. Il punto *e* è un punto multiplo in cui si separano come fasi solide la forma comune del fenolo e la soluzione solida del cicloesanolò nell'altra forma del fenolo. Si prevede che la forma

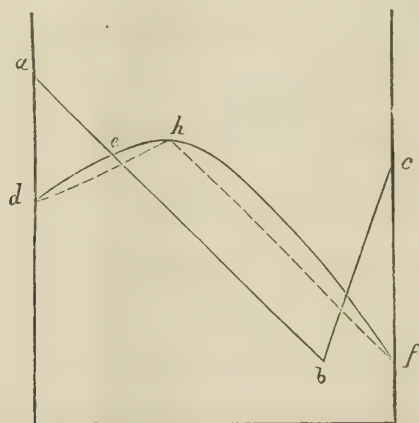


FIG. 3. — Diagramma completo ideale.

del cicloesanolò, instabile nelle condizioni ordinarie, avrà un punto di fusione

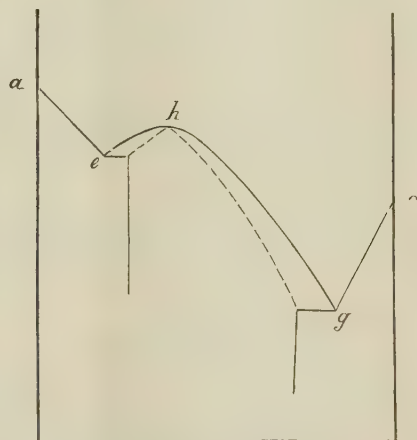


FIG. 4. — Diagramma reale stabile.

assai basso, mentre quella pure instabile del fenolo sarà compresa all'incirca nell'intervallo di temperatura 10°-20°. L'esistenza di due forme del fenolo è pienamente in accordo con quanto osservò il Tammann ⁽¹⁾ operando sotto

(¹) Krystallisieren und Schmelzen. Leipzig 1903, 308.

forti pressioni: anzi si può osservare che se, dai dati riportati da Tammann, si calcola per estrapolazione grafica il punto di fusione della seconda forma, da lui trovata, si ha circa 30° , temperatura questa che (avuto riguardo al grado di approssimazione che si può raggiungere con questi metodi di determinazione) si avvicina abbastanza a quella ricavabile dalle nostre esperienze.

Le ricerche fatte introducendo la terza sostanza (uretano etilico) convenientemente interpretate, permettono di stabilire quale è la curva che limita il campo d'esistenza della forma ordinaria del fenolo in questo sistema ternario e di dedurre che, qualora la curva riunente i punti c , c' , c'' della fig. 1 possa praticamente incontrare l'asse delle ordinate, il punto di trasformazione fra le due forme del fenolo giacerà nell'intervallo di temperatura di circa -20° a -30° .

Qualche caso di equilibrio in sistemi binari simile a quello da noi ora osservato fu riscontrato sperimentalmente in questi ultimi anni da Tammann e dai suoi allievi negli interessanti studi sulle leghe metalliche ⁽¹⁾: però lo schema generale che esprime questi equilibri è più complicato per l'intervento di altri fenomeni secondari.

Da quanto precede risulta come fosse necessario uno studio completo del sistema fenolo-cicloesano: studio che crediamo di aver esaurito. Verranno però continuate le ricerche per una maggiore conoscenza delle due forme del fenolo.

Fisiologia. — *Ricerche sugli effetti dell'alimentazione maldica. Alcune proprietà della zeina.* Nota I di S. BAGLIONI, presentata dal Socio L. LUCIANI ⁽²⁾.

Dopo l'introduzione del mais dall'America del Sud in Europa, questo cereale ha assunto una grande importanza come mezzo alimentare dell'uomo e di alcuni animali domestici. Specialmente nei paesi caldi, dove esso vegeta rigogliosamente, e soprattutto in Italia, la farina di grano turco rappresenta in modo particolare per la popolazione agricola, sia confezionata a polenta, sia confezionata a pane, l'alimento principale se non esclusivo. Mentre da un lato manca uno studio sperimentale esauriente sul valore nutritivo e sull'utilizzazione da parte dell'organismo di detto cereale, è noto d'altro canto, che all'alimentazione maldica si riconnette direttamente uno dei morbi umani, che, sia per la vasta estensione, che può assumere, sia per la varietà dei sintomi, che può presentare, è dei più complessi, e nella sua patogenesi dei meno noti, la *pellagra*.

⁽¹⁾ Equilibrio tra antimonio e manganese. Williams, Zeit. f. anorg. Ch. 55, 3 ecc.

⁽²⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto fisiologico della R. Università di Roma.

Molti illustri patologi, specialmente del nostro paese, dove la pellagra infierisce più che altrove, si sono cimentati già all'arduo problema dei rapporti che passano tra la pellagra e l'alimentazione maidica. Sarebbe qui superfluo e fuor di luogo tentare di tessere anche sommariamente la storia delle varie teorie emesse in proposito sull'etiologia della pellagra, come morbo causato dall'alimentazione maidica. Dirò solo, che da lungo tempo e su larga scala è prevalsa l'idea che solo il mais *guasto*, in cui cioè è avvenuto lo sviluppo di una numerosa flora di muffe o di batteri, si debba considerare come la causa determinante la pellagra. Il mais *sano* rappresenterebbe invece un alimento se non ottimo, certamente innocuo. Quando si è voluto però meglio identificare fra i vari microrganismi viventi nel mais avariato il vero agente patogeno, si sono avuti risultati contraddittori e non soddisfacenti. Di modo che si deve concludere, che la questione della eziologia della pellagra è allo stato odierno meno che mai risolta.

Forse un non lieve contributo alla conoscenza dei rapporti fra pellagra e alimentazione maidica, mi pare, possa scaturire da uno studio sugli effetti dell'alimentazione maidica in genere, a prescindere dalle possibili conseguenze dannose derivanti dai microrganismi che lo guastano.

Risponde questo cereale a tutti i bisogni del metabolismo umano? Utilizza il nostro tubo gastroenterico tutte le sostanze alimentari in esso contenute? E fra queste sostanze ne esiste forse qualcuna specifica, capace di determinare col suo protratto assorbimento fenomeni morbosi? Queste ed altre simili sono le domande a cui dobbiamo rispondere, in base ad esperimenti, forse prima di poter tentare con successo una soluzione del problema della patogenesi della pellagra.

A questo riguardo non è inutile ricordare qui, come già anche nel campo dei patologi si è manifestata più volte e in vario modo l'opinione che l'alimentazione maidica in sè e per sè, indipendentemente quindi dalla circostanza che il cereale sia guasto, può determinare nell'organismo animale a lungo andare fenomeni morbosi. Così ricordo per es. le recentissime ricerche di Paladino-Blandini ⁽¹⁾ sui cani, e di Bezzola ⁽²⁾ sulle cavie. Il Bezzola alimentò diversi gruppi di cavie con farina di mais sano o guasto, impastata con acqua, esclusivamente oppure insieme ad altri alimenti. Trovò che l'alimentazione esclusiva con mais sia sano, sia guasto, determina senza alcuna differenza la morte delle cavie dopo un lasso di tempo variabile tra alcuni giorni e due mesi. Come vedremo, alla stessa conclusione conducono le mie esperienze sulle cavie.

⁽¹⁾ Paladino-Blandini, *Maidismo dei cani (Avviamento a nuovi studi intorno alla etiologia della pellagra)*. Arch. di farmacol. sper. ecc., vol. 6, 1907, pag. 57. — Id., *Nel campo della etiologia della pellagra*. Riv. speriment. di Freniatria ecc., vol. 33, 1907, pag. 671.

⁽²⁾ C. Bezzola, *Beitrag zur Kenntnis der Ernährung mit Mais. I. Einwirkung der Maisfütterung auf Meerschweinchen*. Zeit. f. Hygiene, 1907, Bd. 56, pag. 75.

Neanche agli studiosi di biologia applicata è sfuggita d'altro canto la questione del valore nutritivo che questo cereale può avere nella pratica dell'allevamento del bestiame domestico. A tale riguardo ricordo ad es. le ricerche fatte recentemente da A. Scheunert e W. Grimmer ⁽¹⁾ nella scuola di Ellenberger sulla digestione del cavallo alimentato con mais. Anche detti autori giungono al risultato, che l'alimentazione maidica non è adatta ai bisogni del cavallo.

Vediamo ora nello stato attuale delle conoscenze scientifiche sulla composizione chimica di questo cereale di rintracciare le possibili cause teoriche, che lo renderebbero come alimento disadatto ai bisogni dell'organismo animale, se pure non dannoso.

Secondo J. König ⁽²⁾, la composizione chimica media dei grani di mais coltivato in Italia risulterebbe di 9,97 % di sostanze azotate, 4,12 % di grasso e di 68,04 % di sostanze estrattive non azotate (prevalentemente idrati di C.). I grani degli altri cereali comunemente coltivati hanno una composizione chimica percentuale simile a questa del mais, l'unica differenza che si scorgerebbe a prima vista da un confronto, sarebbe data dal grande contenuto di grasso proprio del mais. Infatti dalle tabelle date dal König risulta, che il grasso nei comuni cereali raramente sale alla quantità di 2 %, mentre nel mais è frequente il caso, in cui sale al di sopra di 5 %.

Ma un'altra differenza essenziale esiste tra le sostanze chimiche presenti nelle cariossidi del mais e degli altri cereali. Questa differenza si riferisce alle sostanze proteiche, a quelle sostanze, cioè, che per il metabolismo animale hanno la massima importanza. Premettiamo innanzi tutto, che secondo König ⁽³⁾ dell'intera quantità delle sostanze azotate del mais in cifra tonda solo il 5 % è rappresentato da sostanze non proteiche.

Ossia ammettendo che 9,97 % dei grani di mais sono sostanze azotate le sostanze proteiche sarebbero circa 9,50 %. Ora la maggior parte (secondo il calcolo di Szumowski almeno la metà) di queste sostanze proteiche sarebbe rappresentata da una speciale sostanza proteica, da König chiamata col nome di *fibrina vegetale*, ma che è nota più generalmente col nome di *zeina*.

Molteplici sono le proprietà chimiche che caratterizzano la zeina da quasi tutte le altre sostanze proteiche, che entrano nell'alimentazione dell'uomo. Una di queste proprietà è, che al contrario della maggioranza delle proteine genuine, non è solubile nell'acqua nè in soluzione acquose mentre viene sciolta dall'alcool a 60°-80° e persino a 95°. Questa proprietà della zeina non è vera-

(1) A. Scheunert e W. Grimmer, *Ueber die Verdauung des Pferdes bei Maisfütterung*, Hoppe-Seyler's Zeits. für physiolog. Chemie, 1906, Bd. 47, pag. 88.

(2) J. König, *Chemische Zusammensetzung der menschlichen Nahrungs- und Genussmittel*. Bd. 1, 1903, pag. 542 e seg.

(3) Idem, id. Bd. 2, 1904, pag. 774.

mente specifica di essa, perchè è comune ad alcune altre proteine del regno vegetale, come anche ad una proteina del cacio. Il metodo per estrarre la zeina dalla farina del mais si basa appunto su questa sua proprietà (Ritthausen, Chittenden e Osborne), come vedremo più sotto, parlando del metodo da me seguito per ottenerla. Anzi è a questa proprietà di essere estraibile con alcool che la zeina deve la preferenza, datale recentemente fra tutte le altre proteine da varî chimici fisiologi, ad es. da Dennstedt e Hassler ⁽¹⁾ che si proponevano di studiare i prodotti di scissione di una proteina possibilmente pura.

Nè mancano conoscenze sulla costituzione chimica di questa proteina, sia per opera di Kossel e Kutscher ⁽²⁾, sia per opera di L. Langstein ⁽³⁾. Quest'ultimo autore ha applicato il noto metodo di E. Fischer per l'idrolisi totale e l'isolamento degli aminoacidi ottenuti, mercè il distillamento frazionato dei loro eteri. Egli poté così isolare alanina, leucina, acido asparagico, acido glutaminico, fenilalanina e acido pirrolidincarbonico. Potè inoltre riconoscere la probabile presenza di acido aminovalerianico. Non fu trovata però la glicocola, come, secondo Kossel e Kutscher, mancherebbe anche la lisina. « Avendo » conclude Langstein « Kossel e Kutscher dimostrato la presenza di arginina e istidina e poichè d'altro canto la prova positiva di Millon e di Molisch dimostrano la presenza di tirosina e di un gruppo di idrato di carbonio, si deve dedurre che questa molecola proteica vegetale è di costituzione non meno complessa di tutte le altre proteine animali sinora idrolizzate col nuovo metodo ».

Un altro dato di fatto, che mi sembra importante, emerge dalle ricerche analitiche di Langstein, ed è, che la zeina contiene relativamente una grande quantità di acido glutaminico e specialmente di fenilalanina. « Non è nota sinora (dice Langstein) nessuna proteina che contenga una quantità maggiore di fenilalanina ».

La straordinaria quantità di aminoacidi aromatici (fenilalanina e tirosina) presenti nella molecola della zeina emerge chiaramente anche dalle tabelle date da Abderhalden ⁽⁴⁾, in cui è riassunta la costituzione chimica, secondo le recenti ricerche analitiche, delle diverse proteine. Infatti in 100 g. di zeina disseccata a 100° e priva di ceneri sarebbero contenuti 7 g. di fenilalanina e 10,1 g. di tirosina, mentre per tutte le altre proteine studiate oscilla il contenuto di fenilalanina tra un minimo di 1, 2 e un massimo di

⁽¹⁾ M. Dennstedt e F. Hassler, *Ueber den Abbau von Eiweiss*, Hoppe-Seyler's, Zeits. f. physiolog. Chemie, Bd. 48, 1906, pag. 489.

⁽²⁾ A. Kossel e F. Kutscher, *Beiträge zur Kenntnis der Eiweisskörper*, Ibidem, Bd. 31, 1900-1901, pag. 165.

⁽³⁾ L. Langstein, *Hydrolyse des Zeins durch Salzsäure*, Ibidem, Bd. 37, 1902-1903, pag. 508.

⁽⁴⁾ E. Abderhalden, *Lehrbuch der physiologischen Chemie*, Berlin e Wien, 1906, pag. 189 e seg.

4,4 g. %, e il contenuto percentuale di tirosina tra un minimo di 1,1 e un massimo di 5, 2.

Questa straordinaria quantità di derivati fenolici presenti nella molecola della zeina potrebbe, secondo me, spiegare la circostanza, messa in evidenza da parecchi patologi e più specialmente da Gosio, che cioè nel mais guasto, attaccato da funghi o altri microrganismi, è facile rinvenire la presenza di composti fenolici liberi. Si sa infatti che detti microrganismi, mercè i loro fermenti proteolitici, sono capaci di disgregare la complessa molecola proteica sino alle sue pietre di fabbrica. Come anche detta particolarità della zeina potrebbe essere invocata come spiegazione della circostanza, messa in rilievo da alcuni, della abnorme fenoluria nei pellagrosi. Ma su questa e su altre considerazioni tornerò in seguito, se del caso.

Dal complesso di questi fatti emerge intanto come pienamente giustificato il tentativo di eseguire delle ricerche sperimentali sia sul valore nutritivo, sia sulla utilizzazione della zeina come sostanza alimentare, sia anche sul suo destino ulteriore attraverso l'organismo animale.

A questo riguardo è doveroso ricordare come già esiste una serie di ricerche fatte da Szumowski ⁽¹⁾ nella scuola di Kossel sulla zeina come sostanza alimentare. Ed è veramente da deplorare come, malgrado la sua promessa, l'autore, per quanto mi consta, non abbia continuato nelle sue ricerche ⁽²⁾. Infatti a queste esperienze non può competere che il valore di esperienze preliminari. Lo scopo propostosi da detto autore non era veramente quello di stabilire sperimentalmente il valore nutritivo, che compete alla zeina maidica, oppure la sua azione fisiologica. Partendo dalla proprietà specifica di questa proteina di essere estraibile mediante trattamento con alcool, Szumowski, dietro consiglio di Kossel, volle vedere se è possibile dimostrare chimicamente la zeina nei diversi organi degli animali, dopo alimentazione con mais o colla stessa zeina. A tal uopo egli, prima di intraprendere le sue ricerche, ha cercato risolvere le questioni preliminari, sia su alcune proprietà della zeina, sia sulla possibilità che questa proteina venga attaccata dagli enzimi digerenti e venga quindi assorbita. In una prima serie di ricerche egli alimentò poi per mesi interi con solo grano di mais diverse oche e diversi piccioni, che alla fine venivano uccisi per sottoporre all'analisi chimica i loro diversi organi. In nessuno di essi fu però potuto dimostrare la zeina. In una seconda serie di ricerche Szumowski si proponeva di ali-

⁽¹⁾ W. Szumowski, *Zein als Nährstoff*, I. Mitteilung. Zeitschr. für physiolog. Chemie, Bd. 36, 1902, pag. 198.

⁽²⁾ Il prof. Kossel, a cui diressi una lettera in proposito, gentilmente mi comunicò nel dicembre 1907 essere stata sua intenzione proseguire queste ricerche nel suo laboratorio di Heidelberg, ma che però sino allora non aveva potuto mandare ad effetto questo piano, accordandomi nel contempo la piena libertà di occuparmi dell'argomento, di che sento qui il gradito dovere di ringraziarlo pubblicamente.

mentare dei cani con zeina. Dalla prima esperienza fatta introducendo nel tubo digerente di un cane di 3,8 Kgr. di peso 100 gr. di zeina impura insieme a zucchero e sugna nel lasso di un'ora e mezzo, si convinse però che dopo cinque ore la maggior parte della zeina non era stata assorbita potendosi identificare 85 gr. nel contenuto gastroenterico, di cui la massima parte (61 gr.) era rimasta nello stomaco. Questo risultato lo dissuase dal proseguire le sue ricerche con un tale prodotto di zeina.

Traendo partito dalla circostanza, da lui messa in evidenza, che la zeina può rendersi solubile in acqua trattandola con una soluzione di soda all'1 %⁽¹⁾, introdusse nel tubo gastroenterico di due altri cani 70 g., rispettivamente 60 g. di zeina così modificata. Però l'ingestione di essa determinò costantemente vomito e diarrea (probabilmente per la grande quantità di soda), per cui non fu possibile dedurre alcunchè di ben stabilito sull'utilizzazione e l'assorbimento di questa sostanza. In un'altra serie di ricerche, Szumowski iniettò nel torrente circolatorio di alcuni cani il detto preparato di zeina solubile, trovando che in questo caso la detta sostanza esplica un'azione tossica e viene fissata dal fegato.

Il metodo da me seguito per l'estrazione della zeina fu dapprima quello usato da Ritthausen, Chittenden e Osborne e indicato da Szumowski nella sua memoria citata. In un pallone di vetro munito di tubo di condensazione facevo digerire una miscela di farina di mais sano con alcool a 75° (nella proporzione di un chilogrammo della prima con un litro e mezzo circa di liquido) agitando spesso, a bagnomaria ad una temperatura di 60-70° C. per due o tre giorni di seguito. Quindi separavo il liquido limpido di color giallo brunastro sia aspirandolo, sia colandolo a caldo, tornando quindi ad aggiungere alcool alla farina e facendo digerire per una volta o due volte ancora, sino cioè allo spossamento completo. La farina di mais così trattata perde il suo colore giallo caratteristico. Per separare la zeina dall'alcool, che la tiene disciolta, concentravo la soluzione distillando due terzi circa dell'alcool. Quindi su capsula di porcellana evaporavo il resto dell'alcool, ottenendo una massa tenace, vischiosa, giallo-bruna, filamentosa, che disseccandosi diventava sempre più dura e emanava l'odore caratteristico del pane di grano turco appena esce dal forno.

Veniva quindi polverizzata finemente in mortaio di porcellana per essere poi sottoposta alla estrazione dei grassi, che vengono insieme colla zeina sciolti dall'alcool e sono, come si sa, aderentissimi ad essa.

Però nelle mie ricerche più recenti per separare la zeina dall'alcool non mi son valso più del metodo precedente di essiccamento, sibbene del metodo migliore seguito da Dennstedt e Hassler (l. c.), precipitando cioè la zeina dall'alcool mediante aggiunta di acqua oppure acqua salata, per cui alcune sostanze solide (forse una parte dei grassi e dei pigmenti) sciolte dall'alcool, che verrebbero ad inquinare la zeina col procedimento della essiccazione, restano disciolte nella madre, che infatti rimane colorata. La precipitazione avviene lentamente, di guisa che solo dopo 12-24 ore è completa. Allora tutta la massa filamentosa e tenacissima si è raccolta sul fondo del bicchiere, così che è facile decantare il liquido soprastante. La massa coagulata col decorrere del tempo si coarta

(¹) Però in questo caso, secondo le ricerche di Dennstedt e Hassler (l. c.), la zeina non resta immutata nella sua costituzione chimica, sibbene verrebbe scissa e trasformata in proteosi, il che è appoggiato anche dai risultati delle mie ricerche.

ancora, liberandosi sempre più del liquido, che l'imbeve. Quindi è facile disseccare in bagnomaria a secchezza completa la sostanza, che poi viene polverizzata finissimamente.

Per liberare la zeina così estratta dai grassi, dapprima mi valsei dell'estrazione eterea coll'apparecchio Soxhlet, poi in seguito applicai il metodo di Viss⁽¹⁾, che consiste nel sostituire all'etere l'acetone. Un inconveniente, che si ha usando l'acetone come mezzo per togliere il grasso alla zeina, volendo poi servirsi del preparato come alimento negli alimali, è che difficilmente riesce poi di liberare la sostanza dall'odore acido dell'acetone. Per ovviare a questo inconveniente, è necessario essiccare la sostanza in bagnomaria due o tre volte di seguito, dopo averla ogni volta di nuovo mescolata con acqua. Il vapore acqueo trae seco ogni traccia di acetone.

In questo modo ottengo una polvere finissima, biancastra, inodora, insolubile in acqua, e che rappresenta un preparato sufficientemente puro di zeina. Bruciata su platino, dapprima emana una fragranza simile al pane fresco di mais, poi spande l'odore caratteristico di corno bruciato. Lascia appena lievissime tracce di cenere bianca.

La zeina così ottenuta dà tutte le note reazioni colorate o di costituzione delle sostanze proteiche. Però la reazione del biureto — come ha già rilevato Szumowski — si presenta per questa proteina con un decorso speciale. Se si pone infatti detta polvere di zeina in acqua e si aggiunge soluzione di potassa e poi solfato di rame, non si nota subito alcuna colorazione viola. Se però si lascia a sè per un certo tempo (pochi minuti) e più rapidamente se si riscalda, si colora il liquido del caratteristico colore violetto, che lascia riconoscere alcune volte una lieve tinta in rosa. Questo ritardo nel comparire la reazione dipende, secondo me, dal fatto, che la zeina, non essendo solubile in acqua, prima deve essere disgregata in composti più semplici (proteosi) per opera della potassa, i quali a loro volta determinano la reazione caratteristica. Infatti, se precedentemente si tratta detta polvere di zeina con soluzione di potassa (10 %) sia a freddo sia riscaldando brevemente, e si aggiunge quindi la soluzione di solfato di rame, compare in questo caso immediatamente la detta colorazione violetta intensa, con un riflesso rosa. Questa colorazione dimostrerebbe per l'appunto, che è già avvenuta almeno in parte per opera della potassa un'idrolisi della zeina, il che è confermato anche dalle ricerche di Dennstedt e Hassler, che per scindere la zeina in proteosi si son serviti dell'azione della barite.

Sinora ho eseguito su questo preparato alcune ricerche con due indirizzi diversi, che però ambedue hanno attinenza col problema fondamentale propostomi, cioè digestioni *in vitro* e alimentazione su cavie.

a) *Digestioni in vitro*. Ho eseguito delle digestioni *in vitro* alla temp. di 37-40°, sia con infusi di pancreas e di mucosa intestinale di cane e di maiale, sia con preparati commerciali di pepsina, la cui attività enzimatica era previamente saggiata su fiocchetti di fibrina. Tra questi prepa-

(¹) Vedi Lassar-Cohn, *Arbeitsmethoden*, 4 ediz., allg. Teil, pag. 129.

rati ho trovato ottimo quello fornitomi gentilmente dalla casa americana Fairchild. Riferirò i risultati ottenuti dalle digestioni *in vitro* mediante questi preparati commerciali. In generale appare anche dalle mie ricerche (cfr. Szumowski) il fatto, che questa sostanza proteica è scissa dalla pepsina con una certa lentezza e con una certa difficoltà. Anche a me non fu dato osservare dissolvimento completo, sebbene lasciassi soggiornare la sostanza nel termostato per più di un mese. Però è necessario ricordare, come è possibile, anzi molto probabile, che ciò dipenda dall'accumularsi dei prodotti di digestione e dall'indebolirsi dell'attività enzimatica.

In ogni modo, che la scissione della zeina per opera della pepsina avvenga in una maniera analoga a quella per cui avviene la scissione enzimatica di altre proteine d'origine animale, è dimostrato dal fatto, che per es. dopo un giorno e meglio ancora dopo due giorni di digestione, il liquido soprastante mi dava nettissima la reazione dei peptoni (biureto), e ciò tanto usando zeina sgrassata come zeina che non era stata previamente liberata dai grassi.

Partendo dal fatto, messo in luce da recenti chimici-biologi, che nei semi germoglianti sono presenti enzimi proteolitici (oltre ai già noti amilolitici e lipolitici) che hanno il compito funzionale di scindere le proteine di riserva, ho tentato anche delle digestioni *in vitro* di zeina con preparati provenienti da semi di mais germoglianti. Però sinora non ne ho avuto risultati soddisfacenti.

b) *Alimentazione.* Per queste ricerche utilizzai la cavia, che a priori mi sembrò l'animale più adatto, inquantochè essendo un erbivoro dava affidamento per il buon esito delle ricerche. Si sa infatti ormai che esiste un nesso intimo tra le funzioni degli organi digerenti e la dieta abituale d'un animale. Quindi il cane, essendo un animale prevalentemente carnivoro, non può essere utilizzato per simili esperienze, se si vogliono ottenere risultati inoppugnabili. Un'altro animale di laboratorio, che mi pare si presti bene per studiare gli effetti dell'alimentazione di mais o dei suoi componenti, è il pollo; ed io ho cominciato delle ricerche in proposito su pulcini, su cui però mi propongo di riferire in seguito. Qui parlerò soltanto dei risultati da me ottenuti sulle caviae.

Le caviae da me utilizzate furono ventuno, di diverso peso (da 110 gr. a 480 gr.), di diversa razza e di diversa età. Prima di somministrar loro il preparato zeinico le alimentai per parecchi giorni esclusivamente con un pastone di farina di mais e acqua (in proporzioni press'a poco uguali); alcune di esse invece con un pastone di farina di grano (fiore) e acqua. Come il Bezzola (loc. cit.), così anche io trovai che le caviae non possono sopportare a lungo una simile alimentazione esclusiva di farina di mais; però io ho visto inoltre che a lungo andare muoiono anche le caviae alimentate esclusivamente con pastone di farina di grano (fiore).

Si dee quindi concludere, che questi animali non possono resistere per lungo tempo alla sottrazione assoluta del loro alimento abituale (erbe). Le mie cavia morirono in un lasso di tempo oscillante tra pochi giorni (una settimana) e un mese, con fenomeni di deperimento generale, diminuendo progressivamente di peso.

Il reperto costante degli organi digerenti di questi animali, morti per alimentazione maidica, è soprattutto caratterizzato dall'abnorme ripienezza del cieco per la presenza di una massa pastosa giallo-bruna mista a gas, in cui è facile riconoscere il pastone di farina di mais, per la massima parte indigerita.

Se alla farina di mais o di grano (fiore) si aggiungeva zeina oppure si sostituivano le prime con quest'ultima, ho potuto notare come la morte degli animali avveniva in un periodo di tempo molto più breve, ossia dopo circa 24-48 ore dall'ingestione di zeina. Donde sarebbe lecito dedurre, che realmente questa sostanza proteica ingerita in quantità eccessiva esplica un'azione tossica sull'organismo animale. Le cavia morivano infatti talora con sintomi di avvelenamento in parte simili a quelli che si osservano per intossicazione fenolica (¹).

Non devo tacere però una circostanza, che tenderebbe ad attenuare questa affermazione. Nell'unica cavia che potè sopportare l'alimentazione maidica per un lasso di tempo massimo (un mese), probabilmente perchè ebbi cura di abituarvela lentamente, osservai che l'ingestione di parecchi grammi di zeina sgrassata e non sgrassata non determinò apprezzabili fenomeni morbosi, almeno nei due o tre giorni seguenti.

Ulteriori ricerche che mi riserbo d'istituire in condizioni sperimentali migliori, estendendole possibilmente anche all'uomo, e di cui riferirò in seguito, spero varranno meglio a chiarire il problema propostomi.

Dal complesso delle considerazioni teoriche suesposte e dei risultati sperimentali di questa mia prima serie di ricerche, appare intanto giustificata l'affermazione che l'alimentazione maidica esclusiva, protratta per lungo tempo, possa esplicare sull'organismo animale un'azione dannosa per opera specialmente della zeina.

(¹) Cfr. S. Baglioni, Zeitschr. f. allg. Physiol., vol. III, 1904.

Fisiologia. — *Ulteriori ricerche circa gli effetti delle iniezioni del succo d'ipofisi e di altri succhi organici sull'accrescimento somatico.* Nota del dott. UGO CERLETTI, presentata dal Socio LUCIANI.

Nella mia prima Nota, illustrati i dati di fatto osservati, accennavo ad alcuni problemi, la cui risoluzione s'imponeva, prima di passare ad una qualsiasi interpretazione. Uno dei più importanti era indubbiamente quello di verificare se una emulsione di un altro tessuto, iniettata nelle stesse condizioni, possa determinare gli stessi fenomeni.

Riferisco quì i nuovi esperimenti istituiti per risolvere questo problema. Dovendo limitare l'ambito della ricerca, ho stabilito di iniettare l'emulsione di un organo che notoriamente ha grande importanza nei processi dell'accrescimento somatico, vale a dire della tiroide; per contrapposto, l'emulsione d'un tessuto circa la cui azione sugli stessi processi nulla finora è noto, e cioè del tessuto muscolare.

Come per le esperienze con emulsioni ipofisarie, ho tratto il materiale da agnelli ed ho sperimentato con conigli, con cani e con agnelli, nelle identiche condizioni.

ESPERIMENTI CON L'EMULSIONE DI TESSUTO TIROIDEO.

Conigli. — Riporto i tracciati del peso di due conigli, sottoposti durante 90 giorni ad una serie di iniezioni endoperitoneali di emulsione glicerico-acquosa di tessuto tiroideo, in ragione di 25 ctg. di tessuto tiroideo per iniezione, somministrati ogni 4 giorni, e, insieme, i tracciati del rispettivo controllo, coniglio della stessa covata, sottoposto ad identica serie di iniezioni d'acqua e glicerina (v. figg. 9 e 10).

Da tutti e due i tracciati, risulta che, malgrado i conigli iniettati con l'emulsione tiroidea, all'inizio dell'esperimento pesassero un poco più del rispettivo controllo, in breve il loro peso viene raggiunto da quello del controllo e poi ne viene sempre più distanziato fino a raggiungere la notevole differenza di gr. 220 nella prima coppia; di gr. 370 nella seconda.

Riporto nella seguente tabella le misure ed il peso delle ossa spogliate dalle parti molli (v. fig. 11).

| | Lungh. della tibia | Epifisi sup. diam. trasv. | Epifisi inf. diam. trasv. | Diafisi diam. trasv. | Diafisi diam. ant. post. | Peso delle ossa della gamba gr. |
|------------------|-----------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------|-----------------------------|--|
| | mm. | mm. | mm. | mm. | mm. | |
| Controllo . . | 112,9 | 18 | 15,5 | 6,5 | 5 | 9,08 |
| Iniez. tiroide . | 110 | 17,5 | 15,3 | 6,5 | 5 | 8,5 |
| Iniez. tiroide . | 109 | 17 | 15 | 6,5 | 5 | 7,93 |

Risulta da queste cifre: 1) Una piccola differenza in meno nella lunghezza della tibia dei conigli sottoposti alle iniezioni di emulsione tiroidea. 2) Il diametro trasverso delle epifisi, in questi conigli, è minore del diametro trasverso delle epifisi del controllo, conservando il rapporto normale con la

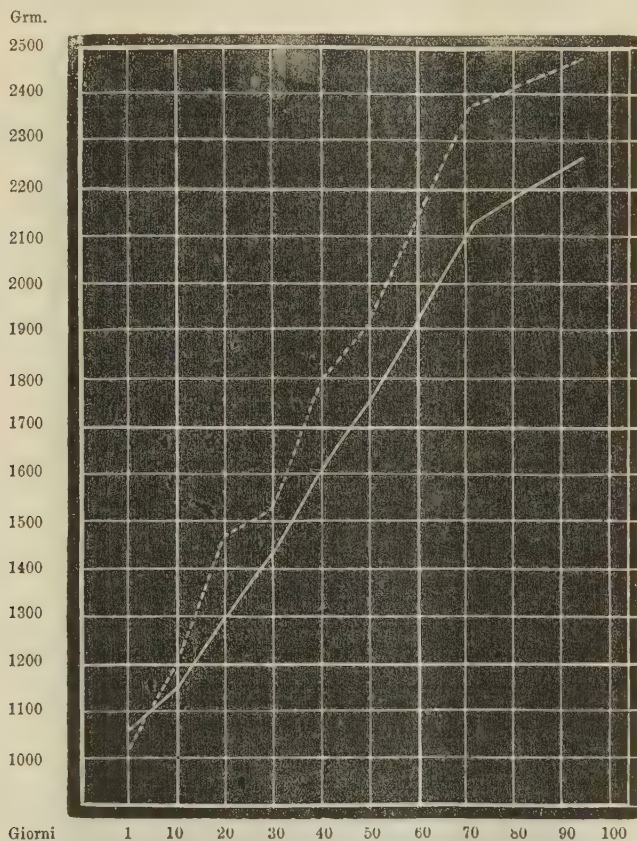


Fig. 9. — La linea continua indica l'accrescimento in peso del coniglio, sottoposto alle iniezioni di emulsione di tessuto tiroideo; la linea tratteggiata indica l'accrescimento in peso del controllo.

lunghezza. 3) I diametri della diafisi nei conigli iniettati, si conservano uguali a quelli degli animali di controllo: data la piccola differenza nella lunghezza delle ossa, la piccolissima differenza del rapporto relativo al diametro della diafisi è trascurabile, anche perchè non si può determinare con assoluta precisione la misura al disotto di frazioni di millimetro. 4) Il peso delle ossa dei conigli iniettati è notevolmente minore del peso delle ossa del controllo, nonchè inferiore al peso normale, in rapporto alla loro lunghezza.

Cani. — Risultati affatto analoghi ci fornisce l'esperimento eseguito sopra un cane facente parte del gruppo precedentemente illustrato (v. cane F, figg. 2 e 3). Questo cane, infatti, nel tracciato del peso del corpo, fra tutti gli animali in esperimento mantiene il livello più basso; ma all'esame delle

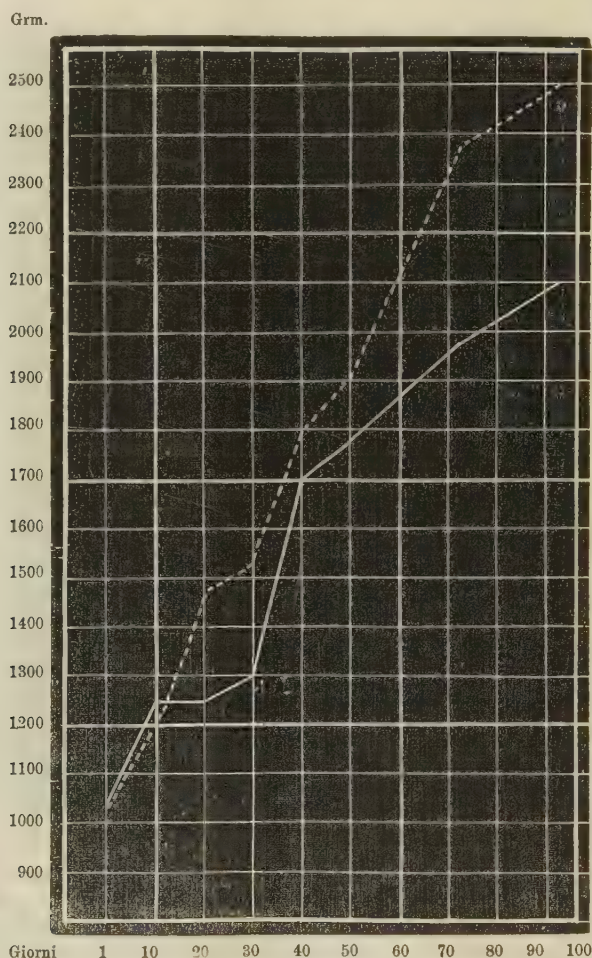


FIG. 10. — La linea continua indica l'accrescimento in peso del coniglio, sottoposto alle iniezioni di emulsione di tessuto tiroideo; la linea tratteggiata indica l'accrescimento in peso del controllo.

ossa si nota (v. tabella pag. 557 e fig. 4). 1) Una differenza in meno nella lunghezza della tibia, in confronto con la tibia del cane controllo, ma questa differenza è notevolmente più piccola di quella che si verifica a carico dei cani iniettati con emulsione d'ipofisi. Nel gruppo in esperimento, infatti, rappresenta la differenza minima. 2) I diametri trasversi delle epifisi del cane

iniettato con emulsione tiroidea sono minori di quelli del cane testimonio, avvicinandosi sensibilmente al rapporto normale. 3) Lo stesso dicasi per i diametri della diafisi (v. tabella pag. 557). 4) Il peso delle ossa del cane iniettato è notevolmente inferiore al peso normale, in rapporto alla loro lunghezza (v. tabella pag. 557).

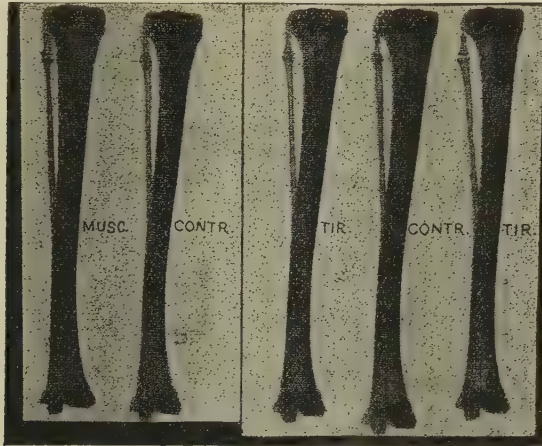


FIG. 11. — Radiografie. Vale per questa figura l'avvertimento alla fig. 1.

Ho già riferito più sopra dell'esito sfavorevole degli esperimenti con iniezioni di emulsione tiroidea iniziati sugli *agnelli*.

ESPERIMENTI CON L'EMULSIONE DI TESSUTO MUSCOLARE.

Conigli. — I tracciati del peso dei conigli iniettati con emulsione di tessuto muscolare di agnello, in ragione di 25 ctg. per iniezione, nelle identiche condizioni di tempo dei conigli precedenti, dimostrano (v. figg. 12 e 13) come il loro peso non presenti differenze in meno dal peso dei rispettivi controlli, chè anzi, quantunque in lieve misura, lo supera.

Nella seguente tabella sono segnate le misure ed il peso delle ossa di questi conigli (v. fig. 11).

| | | Lungh. della tibia | Epifisi sup. diam. trasv. | Epifisi inf. diam. trasv. | Diafisi diam. trasv. | Diafisi diam. ant. post. | Peso delle ossa della gamba |
|----------|--------------|--------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------|--------------------------|-----------------------------|
| | | mm. | mm. | mm. | mm. | mm. | gr. |
| Gruppo A | Controllo | 109,0 | 17,0 | 14,9 | 6,5 | 5 | 8,62 |
| | Iniez. musc. | 108,0 | 17,8 | 15,5 | 7 | 5 | 8,40 |
| Gruppo B | Controllo | 112,5 | 18 | 15,5 | 6,5 | 5 | 9,08 |
| | Iniez. musc. | 111,3 | 18,2 | 15,8 | 6,5 | 5 | 8,95 |

Da queste cifre risulta: 1) Una piccolissima, quasi trascurabile differenza in meno nella lunghezza delle tibie dei conigli iniettati con emulsione di tessuto muscolare. 2) Minime differenze (frazioni di mm.) nei diametri trasversi delle epifisi e delle diafisi, tali da poter rientrare nell'ambito delle differenze fisiologiche individuali. 3) Uguaglianza del diametro anteroposteriore della diafisi. 4) Una piccola differenza in meno nel peso delle ossa dei conigli iniettati con emulsione di tessuto muscolare.

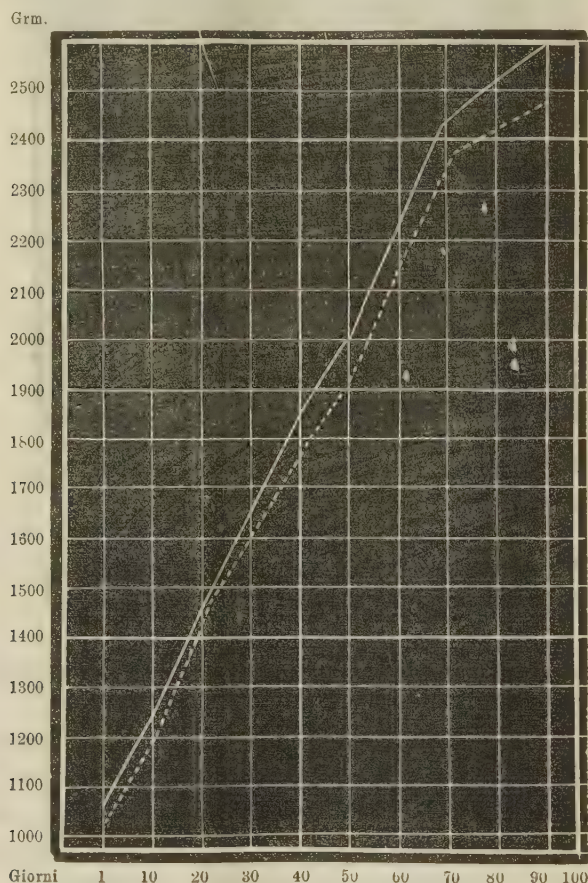


FIG. 12. — La linea continua indica l'accrescimento in peso del coniglio sottoposto alle iniezioni di emulsione di tessuto tiroideo; la linea tratteggiata, indica l'accrescimento in peso del controllo.

Agnelli. — Ho già riferito incidentalmente dei risultati ottenuti iniettando emulsione di tessuto muscolare di agnello in un agnello. Il tracciato del peso (v. fig. 6) dimostra un rapido aumento del peso di questo animale, in confronto col tracciato del peso del controllo; infatti, mentre, all'inizio dell'esperimento, il primo pesava 1500 gr. più del controllo, alla fine dello esperimento lo aveva distanziato di ben gr. 5500. La statura e tutte le pro-

porzioni del corpo dell'agnello iniettato con emulsione di muscolo, alla fine dell'esperimento, apparivano, alla semplice ispezione, maggiori che nell'agnello di controllo (v. fig. 7).

Le misure delle ossa (v. tab. a pag. 560 e fig. 8) ed il loro peso dimostrano: 1) Una differenza in più nella lunghezza delle tibie dell'agnello iniet-

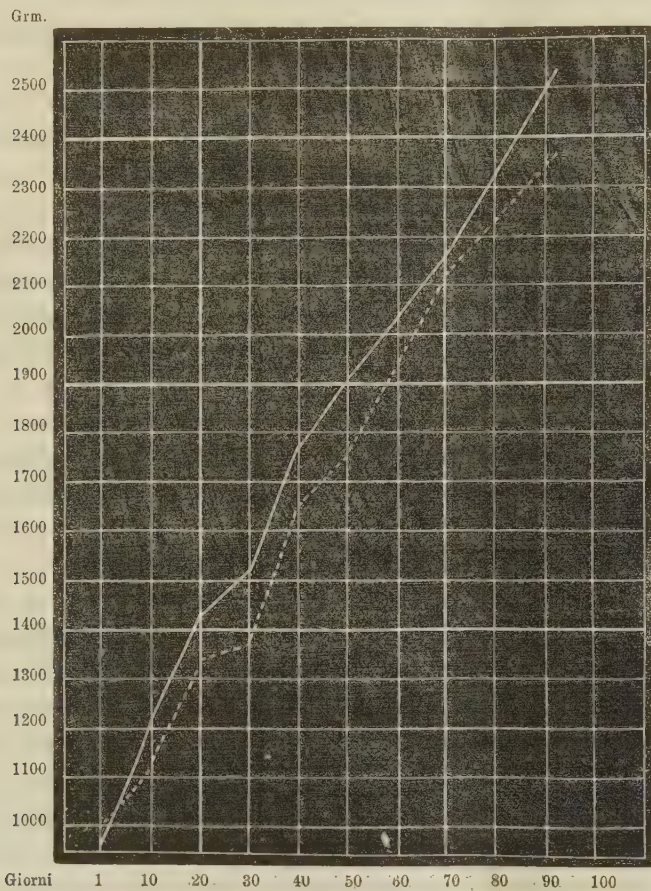


FIG. 13. — La linea continua indica l'accrescimento in peso del coniglio sottoposto alle iniezioni di emulsione di tessuto tiroideo; la linea tratteggiata, indica l'accrescimento in peso del controllo.

tato con emulsione di muscolo. 2) Una differenza in più nei diametri trasversi delle epifisi e nei diametri delle diafisi dell'agnello iniettato con emulsione di muscolo. 3) Una notevole differenza in più nel peso delle ossa dell'agnello iniettato con emulsione di muscolo, sempre a confronto con quello delle ossa dell'agnello di controllo.

Rammento qui che, mentre i dati concernenti l'agnello iniettato con emulsione d'ipofisi sono direttamente confrontabili con quelli dell'agnello di

controllo, perchè i due animali sono dello stesso sesso, nell'apprezzare i dati riguardanti l'agnello iniettato con emulsione di tessuto muscolare, bisogna tener conto del fatto che quest'ultimo era di sesso maschile, mentre il controllo era una femmina.

In possesso, ora, di questi molteplici dati di fatto, io credo questi si possano riassumere nelle seguenti proposizioni:

a) *Condizioni organiche generali*: 1) Le iniezioni endoperitoneali di emulsione d'ipofisi d'agnello negli agnelli o in animali di altra specie in via di sviluppo, danno luogo ad un ritardo nell'accrescimento in peso; un ritardo molto più rilevante si ha negli animali iniettati con emulsione di tessuto tiroideo; non si verifica ritardo nell'accrescimento in peso negli animali iniettati con emulsione di tessuto muscolare. 2) L'esame continuato degli animali in vita ed i reperti dell'autopsia permettono di escludere, negli animali iniettati con emulsione di ipofisi, come pure negli animali iniettati con emulsione di tessuto muscolare, uno stato cachettico; invece l'aspetto ed il contegno degli animali iniettati con emulsione di tiroide, nonchè il reperto all'autopsia e gli esiti mortali di alcuni esperimenti (v. gli esperimenti sugli agnelli) depongono per un grave stato d'intossicazione con cachessia, indotto in questi animali.

b) *Sistema scheletrico - Misure*: 1) Le iniezioni di emulsione d'ipofisi d'agnello, negli agnelli o in animali d'altra specie in via di sviluppo, danno luogo ad un notevole ritardo nell'accrescimento in lunghezza delle ossa degli arti. 2) Nelle epifisi di queste ossa, invece, si nota un vivace accrescimento, cosicchè in cifra relativa alla lunghezza, e spesso persino in cifra assoluta, il diametro trasverso delle epifisi è maggiore che nel normale. 3) Anche le diafisi non partecipano del ritardo dell'accrescimento, anzi, in cifra relativa alla lunghezza, i diametri delle diafisi sono sempre maggiori che nel normale. 4) Questi effetti sono direttamente proporzionali alla quantità di emulsione iniettata. 5) Le iniezioni di emulsione di tessuto tiroideo di agnello negli agnelli o in animali di altra specie in via di sviluppo, danno luogo ad un piccolo ritardo dell'accrescimento in lunghezza delle ossa degli arti, ritardo molto meno rilevante che non negli animali iniettati con emulsione di ipofisi 6) il rapporto tra la lunghezza ed i diametri delle epifisi e delle diafisi, si mantiene sensibilmente normale. 7) Le iniezioni di emulsione di tessuto muscolare di agnello negli agnelli o in animali di altra specie in via di sviluppo, danno luogo ad un ritardo dell'accrescimento in lunghezza delle ossa degli arti, tanto piccolo che può ritenersi trascurabile.

c) *Sistema scheletrico - Peso*: 1) Le iniezioni di emulsione d'ipofisi d'agnello negli agnelli o in animali d'altra specie in via di sviluppo, danno luogo ad un minor peso delle ossa, nel maggior numero dei casi anche se

computato in rapporto alla loro lunghezza. 2) Nelle ossa degli animali iniettati con *emulsione di tiroide*, malgrado che il ritardo dell'accrescimento in lunghezza sia molto piccolo, si rileva nelle ossa un peso di molto inferiore al normale in rapporto con la lunghezza. Si tratta di una differenza in meno notevolmente maggiore che non negli animali iniettati con emulsione d'ipofisi. 3) Nel peso delle ossa degli animali iniettati con *emulsione di tessuto muscolare*, notasi una piccolissima differenza in meno a confronto con le ossa dei controlli (¹).

Così riassunte gli accertamenti di fatto, rimarrebbe a dar loro una interpretazione d'ordine generale, ma, prima di tentarla, giova rispondere ad una questione che già io avevo posto nella mia prima Nota sull'argomento.

« Bisognerà accertarsi, io scrivevo allora, se il trattamento al quale sono sottoposti i miei animali, non abbia arrecato alterazioni nei vari organi del corpo, in particolare nelle diverse ghiandole a secrezione interna, tali da far supporre un'alterazione nei processi organici di per sé sufficiente a giustificare il ritardo nell'accrescimento somatico ».

L'esame macroscopico e microscopico degli organi interni degli animali in esperimento mi permette di escludere alterazioni anatomo-patologiche nell'apparecchio circolatorio ed organi annessi (soltanto in alcuni animali un lieve aumento delle cellule globulifere della milza), nell'apparecchio respiratorio, nell'apparecchio digerente (con gli annessi organi glandolari), nell'apparecchio uropoietico e nel sistema nervoso centrale. Le mie ricerche sono volte con maggiore ampiezza sulle ghiandole a secrezione interna, la cui funzione più specialmente è stata messa in rapporto con l'accrescimento somatico in genere e scheletrico in specie: tiroide, ipofisi, ghiandole genitali, timo, ghiandole surrenali.

(¹) Gli esami radiografici delle ossa, per quanto eseguiti sopra numerose radiografie, nelle quali sempre le ossa da confrontarsi furono radiografate sulla stessa lastra, nello stesso fuoco e con la stessa posa, non permettono di rilevare sicuri dati differenziali; sembra tuttavia che, nelle epifisi delle ossa degli animali trattati con emulsione ipofisaria e precisamente in uno strato sottostante e parallelo alle cartilagini di coniugazione, vi sia in molti casi un addensamento di tessuto osseo maggiore che nelle ossa dei controlli. Invece lo spessore dell'osso nelle diafisi, specie nella loro metà distale, sembra minore, rispettivamente maggiore il calibro del canale midollare, negli animali iniettati con emulsione d'ipofisi. Nulla di preciso può affermarsi circa eventuali differenze nello stadio dell'ossificazione delle linee di coniugazione. Non si riscontrano dati differenziali apprezzabili nelle ossa degli animali iniettati con emulsione di tiroide se si tolga forse un minore spessore dell'osso nelle diafisi. Nessun dato speciale rivelano le radiografie delle ossa degli animali iniettati con emulsione di tessuto muscolare. I dati di cui sopra, che appaiono nelle positive originali a grandezza naturale, risultano molto imperfettamente nelle riproduzioni zincotipiche.

L'esame microscopico delle ossa, non mi ha rivelato alterazioni evidenti nella architettura e nella struttura delle cartilagini epifisarie dei vari animali iniettati

Nessuna alterazione evidente mi è stato possibile accertare nelle glandole surrenali, nel timo e nelle glandole genitali dei varî animali iniettati con le diverse emulsioni.

L'esame macroscopico dell'ipofisi e della tiroide di questi stessi animali nulla di notevole mi ha fatto rilevare: in queste glandole non apparivano apprezzabili differenze di volume al confronto con quelle degli animali di controllo, nè il loro peso mi ha dato differenze spiccate e costanti sì da poterne tener conto, specialmente in vista di quella causa d'errore comune a queste pesate, che consiste nel fatto della grande difficoltà di isolare coteste glandole dai tessuti aderenti in modo perfettamente eguale. L'esame microscopico dell'*ipofisi* mi ha fatto riconoscere in tutti gli animali assoggettati alle iniezioni di emulsione ipofisaria, uno spiccato aumento numerico delle cellule cromofile (eosinofile).

A confronto dei rispettivi controlli, anche gli animali inoculati con l'emulsione di *tiroide* presentano un aumento delle cellule cromofile dell'ipofisi, ma in grado molto minore dei precedenti. L'aumento era minimo, in molti casi inapprezzabile, negli animali iniettati con emulsione di *tessuto muscolare*.

L'esame microscopico della *tiroide* degli animali iniettati con emulsione ipofisaria mi fece rilevare una notevole proliferazione degli epiteli alveolari, i quali presentano non solo cellule più voluminose (cubiche) a nucleo tondo, chiaro, ricco di granuli cromatinici, ma anche, in parecchi casi, moltiplicazione degli strati epiteliali, per cui gli alveoli si presentano notevolmente impiccoliti ed a forma non più tondeggiante, ma quadrangolare o poligonale. Vi hanno indubbiamente piccoli alveoli di neoformazione. La sostanza colloidale si colora debolmente, si presenta non più col suo normale aspetto omogeneo, sibbene sfibrata, a lasse lacinie, ovvero ampiamente ed irregolarmente vacuolata.

Negli animali iniettati con emulsione di *tiroide* è dubbio se possa affermarsi l'esistenza di una proliferazione dell'epitelio glandolare, per lo meno questa vi è molto limitata. Nessun fatto degno di rilievo nelle tiroidi degli animali inoculati con emulsione di *tessuto muscolare*.

Sono questi dati sufficienti per formare la base di un'interpretazione fisio-patologica dei fatti messi in rilievo con le mie esperienze?

Non è ancor definitivamente dimostrato quale sia il significato funzionale dei varî aspetti cellulari che ci si presentano sia nell'ipofisi normale, sia in ipofisi studiate nelle più diverse condizioni patologiche. A malgrado delle numerosissime ricerche in proposito, resta pur oggi fra i dati ipotetici l'affermazione che le cellule cromofobe rappresentino elementi in piena attività funzionale, come l'affermazione opposta pur sostenuta da alcuni, che cioè quest'attività sia rappresentata dalle cellule cromofile. Iniettando in agnelli il siero del sangue di animali lungamente trattati con l'emulsione d'ipofisi

d'agnello, ho ottenuto nelle ipofisi degli agnelli iniettati la quasi totale scomparsa delle cellule cromofile; ora, a rigor di logica si potrebbe sostenere tanto che questo fatto rappresenti un tentativo d'iperattività compensatoria, quanto che esso indichi uno stato di diminuita funzionalità, uno stato regressivo, dovuto alla citolisina specifica introdotta nell'organismo dell'animale. Parimenti, per l'utilizzazione dell'altro dato di fatto messo in rilievo, della proliferazione cioè dell'epitelio tiroideo negli animali iniettati con emulsione ipofisaria, malgrado si possa affermare con tutta verosimiglianza che esso rappresenti un'iperfunzione della glandola, non ci troviamo perciò di fronte a minori difficoltà quando tentiamo di trovare i rapporti che esso può avere con i fenomeni riscontrati nei nostri animali.

Il notevole ritardo nell'accrescimento somatico degli animali iniettati con emulsione ipofisaria, insomma, è un fenomeno di iper- o di ipopituitarismo? e in quanto e come vi interviene l'iperfunzione tiroidea? Non si può rispondere ora a queste domande che creando ipotesi basate sopra altre ipotesi e, perciò, me ne astengo.

Un'ultima considerazione: nel suo recente lavoro sull'ipofisi, il Masay (¹) riferendo delle mie prime esperienze, attribuisce il ritardo dell'accrescimento somatico, da me dimostrato negli animali iniettati con emulsioni ipofisarie, ad una speciale tossicità dell'ipofisi. Ben lungi dal voler negare un eventuale potere tossico dell'ipofisi, debbo far rilevare tuttavia che, o questa tossicità è molto debole, ovvero facilmente gli animali vi si abituano, perchè nè l'esame continuato in vita, nè l'esame macroscopico e microscopico degli organi degli animali lungamente trattati con emulsioni ipofisarie, hanno fatto rilevare qualche sintoma che deponesse per una cronica intossicazione. Ricordo pel converso le gravi conseguenze delle iniezioni d'emulsione tiroidea.

Limitando adunque le mie conclusioni al solido terreno dei fatti, posso affermare che la prolungata introduzione nell'organismo animale di estratti ipofisari dà luogo ad un ritardo nell'accrescimento somatico in genere, che si esplica con speciale gravità a carico del sistema osseo, diminuendo notevolmente l'attività delle cartilagini di coniugazione (ritardo nei processi d'allungamento delle ossa lunghe), aumentando invece l'attività della funzione osteogenica periostale (aumentato sviluppo dello spessore delle epifisi e delle diafisi). Invece l'introduzione di estratti tiroidei, mentre dà luogo ad un vero e proprio stato cachettico dell'animale, non produce che un piccolo ritardo nei processi d'allungamento delle ossa, nè aumenta in alcun modo la funzione osteogenica periostale, cosicchè le proporzioni normali fra lunghezza e spessore sono, in massima, conservate; il peso delle ossa, anzi, rimane notevolmente inferiore al normale. Si possono ritenere insignificanti gli effetti della prolungata introduzione di estratti di tessuto muscolare nell'organismo animale.

(¹) Fernand Masay, *L'hypophyse. Étude de physiologie pathologique* (Bruxelles, Buiens Ed. 1908, pag. 45).

Biologia. — *Influenza della Lecitina sulla determinazione del sesso e sui caratteri mendeliani*. Nota preliminare di CARLO BASILE, presentata dal Socio B. GRASSI.

Biologia. — *Sopra alcune esperienze di ibridazione della vite*. Nota del dottor CLEMENTE GRIMALDI, presentata dal Socio B. GRASSI.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

**Sui lavori dell'Associazione internazionale delle Accademie.
Assemblea Plenaria del 1907.**

Sessione delle Scienze matematiche, fisiche e naturali.

Relazione del Socio G. DALLA VEDOVA.

Alle adunanze di questa Associazione tenute in Vienna dal giorno 29 maggio al 2 giugno 1907, la nostra Accademia fu rappresentata dal Socio I. GUIDI e da me.

Pubblicati da non molto i verbali di quelle riunioni, il Socio I. Guidi riferì nell'altra Classe della nostra Accademia intorno ai lavori delle sedute plenarie ed a quelli della Sezione delle scienze morali. Io soggiungerò alcune notizie sulle deliberazioni dell'altra Sezione, rimandando per maggiori particolari ai verbali stessi pubblicati dalla i. r. Accademia di Vienna ⁽¹⁾.

Sono dieci le Commissioni internazionali esistenti finora in dipendenza dalla Sezione matematico-fisica. Ciascuna di esse si occupa, internazionalmente, di uno degli argomenti che seguono: ricerche frenologiche, osservazioni sismiche, misurazioni geodetiche, elettricità atmosferica, misurazione magnetica di un circolo parallelo, misurazione dell'arco del Meridiano 30° E. G., Istituto Marey, nomenclatura lunare, ricerche solari, ordinamento di stazioni meteorologiche.

Nelle adunanze di Sezione del 30 maggio quasi tutte riferirono sullo stato dei rispettivi lavori.

(1) *Intern. Assoc. der Akademien: Dritte Generalversammlung in Wien etc. Bericht über die Verhandlungen*, Wien, 1907, pag. X-50.

La Commissione frenologica presentò alla Sezione il regolamento da essa elaborato per guida dei propri lavori. La Sezione si restrinse a prenderne atto, ritenendo che, dato il carattere autonomo della Commissione speciale, non dovesse l'Associazione nè discuterlo, nè farlo oggetto d'un voto.

La Commissione sismologica presentò le deliberazioni da essa prese a Francoforte s. M. La Sezione le approvò, ringraziando per le loro cure i componenti la Commissione (Schuster, de Lapparent, v. Mojsisovich, Helmer, Agamennone, Tschernyschew).

La Commissione geodetica, pur riconoscendo che le osservazioni geodetiche possono portare molta luce su taluni problemi geologici ed opinando che un apparato proposto dal Barone Eötvös può prestare utilissimi servigi nel determinare la distribuzione delle masse nell'interno del globo, dichiara che in questo momento essa non possiede i mezzi necessari per indagini geologiche e presenta alcune sue proposte. È poi data notizia del ragguardevole assegno fatto dal Governo ungherese (di 60,000 corone all'anno per un triennio) per la continuazione dei lavori del Barone Eötvös. La Sezione approva le proposte della Commissione ed esprime la sua soddisfazione al Governo ungherese per lo splendido sussidio accordato ai lavori del Barone Eötvös. Essa inoltre prende atto ringraziando delle relazioni presentate dai Delegati Sir G. Darwin e M. Lallemand.

Sulle ricerche dell'elettricità atmosferica la Sezione approva la proposta della Commissione di rimettere ogni discussione ad altro tempo.

Sulla misurazione magnetica d'un circolo parallelo, essendo mancato ai vivi il Presidente della Commissione v. Bezold, si chiama a sostituirlo il generale Rykačev e s'invita l'Accademia di Berlino a nominare un proprio delegato. Si aggiunge alla Commissione il sig. Schuster e si approva il voto che, eseguendosi la misurazione magnetica di un parallelo, siano pur fatte simili misure anche in altre parti della superficie terracquea.

Quanto alla misura dell'arco del 30° meridiano è riferito sul progresso, assai promettente, dei lavori, specie in Africa. Si fanno voti che l'Accademia di Berlino richiami l'attenzione del Governo imperiale su questo argomento per quanto concerne i possedimenti tedeschi in Africa.

Sull'Istituto Marey, dedicato allo studio dei metodi per ricerche fisiologiche, si prende atto delle modificazioni finanziarie avvenute nell'ultimo biennio in conseguenza delle generose sovvenzioni ad esso accordate dalla città di Parigi e dal Governo di Francia, e dell'aggiunta alla Commissione esistente di alcuni membri di varie nazionalità: esprimendo la speranza che Governi di altri paesi vogliano pure concedere qualche assegno all'Istituto e votando un ringraziamento alla città di Parigi ed al Governo francese.

Per l'unificazione della nomenclatura lunare si nomina una Commissione internazionale (Loewy presid., Turner, Newcomb, Franz, Weiss e Saunder) coll'incarico di presentare alla prossima adunanza del Comitato dell'Asso-

ciazione internazionale una relazione sui lavori fatti e le eventuali proposte.

Sulle ricerche solari è approvato che l'Unione internazionale, già esistente per queste ricerche, sia posta sotto il patronato dell'Associazione internazionale delle Accademie; che l'Accademia direttrice nomini uno dei tre membri del Comitato esecutivo dell'Unione; che questa presenti ogni tre anni la relazione sui suoi lavori all'Associazione e che, avendo riguardo alle stazioni numerose e ben situate esistenti intorno a Vienna, s'inviti il Governo austriaco a considerare se gli sia possibile d'incoraggiare e sostenere tali ricerche.

Finalmente sull'ordinamento di stazioni meteoriche la Sezione, riconoscendo l'alta importanza per la scienza di stazioni meteoriche situate ad alte latitudini e su isole lontane di mari diversi, fa voti che i Governi dominanti nelle varie regioni vogliano provvedere ad assicurare la durata e debitamente uniformare gli istrumenti e metodi di osservazione delle stazioni esistenti, a fondare stazioni nuove dove occorrono e pubblicare scientificamente le osservazioni raccolte. Essa raccomanda che due o tre stazioni sorgano in Siberia e nel Nord dell'America settentrionale, ed altre nelle 34 isole dell'Atlantico, del Pacifico boreale ed australe, dell'Oceano indiano e dell'artico, enumerate in apposito elenco.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario MILLOSEVICH presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle dei Soci stranieri PFLUEGER, LOCKYER, e del sig. GALDEANO; fa inoltre menzione di alcuni volumi donati dalla Presidenza del Congresso internazionale dei matematici, e del vol. 2° delle *Opere di Emanuele Swedenborg* pubblicate dall'Accademia svedese delle scienze.

CONCORSI A PREMI

Adunatasi la Classe in Comitato segreto, il Presidente BLASERNA comunica che il Socio straniero dott. LUDWIG MOND ha dichiarato di voler fondare un premio biennale, perpetuo e internazionale, di lire diecimila, portante il nome di *Premio Stanislao Cannizzaro*. La Classe, in omaggio ai desideri del generoso donatore, si riserba di stabilire in adunanza plenaria tutte le modalità del concorso; e frattanto esprime i suoi sentimenti di viva gratitudine all'illustre suo Socio straniero per la splendida fondazione che onora insieme il Socio Cannizzaro e l'Accademia intiera.

CORRISPONDENZA

Il Segretario MILLOSEVICH dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Società zoologica d'Amsterdam; la Società Reale di Melbourne; l'Accademia di scienze naturali di Filadelfia; le Società geologiche di Edinburgo e di Manchester; la Società di scienze naturali di Buffalo; la Società zoologica di Tokyo; il Museo di storia naturale di New York; l'Osservatorio di S. Fernando.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 3 maggio 1908.

- BRYAN A. W. — The Pacific Scientific Institution. An address. Pac. Inst. Publ. Special Series, n. 2. Chicago.
- CABANYES I. — Polisección Gráfica del Ángulo. Madaid, 1908. 8°.
- CANTOR M. — Vorlesungen über Geschichte der Mathematik IV. Band. Leipzig, 1908. 8°.
- DE TONI G. B. — Illustrazione del secondo volume dell'Erbario di Ulisse Aldrovandi. Venezia, 1908. 8°.
- DAWSON M. M. — Necessary Cautions for the Guidance of Mathematicians in Dealing with Actuarial Problems. (Read before the Fourth International Mathematical Congress, at Rome 1908). N. York, s. a. 8°.
- GALDEANO (de) Z. G. — Estudios criticos sobre la generaciòn de los conceptos matemáticos 1, 2. Madrid, 1890. 8°.
- GALDEANO (de) Z. G. — Crítica y síntesis del Álgebra. Toledo, 1888. 8°.
- GALDEANO (de) Z. G. — Tratado de Aritmetica. Toledo, 1894. 8°.
- GALDEANO (de) Z. G. — Geometria elemental conforme con el desarrollo actual de las teorías modernas. Segunda edicion. Toledo, 1889. 8°.
- GALDEANO (de) Z. G. — El Progreso Matematico, II, III, IV, V (1892-95). Serie 2ª I (1899). Zaragoza, 1892-99. 8°.
- GALDEANO (de) Z. G. — Tratado de Algebra, I. II. Madrid, 1883, 1888. 8°.
- GALDEANO (de) Z. G. — Geometria general. Zaragoza, 1895. 8°.
- GALDEANO (de) Z. G. — Estudios de Critica y Pedagogía Matemática. Zaragoza, 1900. 8°.
- GALDEANO (de) Z. G. — Teoria de la ecuaciones diferenciales. (Nueva Enciclopedia Matematica), Tomo IX y ultimo. Zaragoza, 1907. 8°.
- GALDEANO (de) Z. G. — Las modernas generalizaciones expresadas por el Álgebra simbólica, las Geometrias no Euclideas y el concepto: de Hiperespacio. Madrid, 1896. 8°.
- GALDEANO (de) D. Z. G. — Problemas de Aritmética y Álgebra con las nociones correspondientes de critica algoritmica. Toledo, 1885. 8°.
- GRADARI T. — il Trigoniotomo: ms. Roma, 1908. 4°.
- GRAVIS A. — Etude du Stipe de l'Adelophyton Jutieri, par M. Paul Bertrand. Gand, 1907. 8°.
- GUTZMER A. — Die Tätigkeit der Unterrichtskommission der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte, Gesamtbericht. Berlin, 1908. 8°.
- KLEIN F. und MÜLLER C. — Encyclopedie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen. IV. Band. Mechanik; Erster Teilband. Leipzig, 1901-8. 8°.
- LEBON ERNEST. — Recherche rapide des Facteurs premiers des Nombres à l'aide de deux tables de restes. Paris, 1908. 8°.
- LOCKYER N. J. S. — Prominence and Coronal Structure (from the Proceedings of the R. Soc. A. Vol. 80). s. l. 1908. 8°.
- LORIA G. — Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze matematiche. Anno X, fasc. 9°. Torino, 1907. 8°.
- NORDSTEDT C. F. O. — Index desmidiaearum citationibus locupletithimus, atque bibliographia. Supplementum. Berolini, 1907. 8°.
- PFLÜGER E. — Ueber den Duodenaldiabetes der Warmblüter. Ein vorläufiges Wort. (Physiol. Laboratorium in Bonn). Bonn, 1908. 8°.
- POPOFF D. K. — Démonstration du théorème, dit « la Grande Proposition », de Fermat, à savoir que $a^n + b^n = c^n$ est impossible en nombres entiers si $n > 2$. Sophia, 1908. 8°.
- Primo Elenco degli scritti del prof. Enrico Morselli [1870-1906] (dalle Ricerche

- e studi di Psichiatria, Nevrologia, Antropologia e Filosogia, dedicate al prof. E. Marselli nel XXV anniv. del suo insegnamento). Milano, 1907. 8°.
- Rapport sur les travaux du Bureau central de l'Association géodésique internationale en 1907, et programme des travaux pour l'exercice de 1908. Leyde, 1908. 4°.
- READYMONEY N. J. — Science of Nature-History. A line of study for assigning places to all events in creation in order of time, showing their genesis, which may define themselves. Bombay, 1907. 8°.
- SACCO FEDERICO. — Il gruppo del Gran Sasso d'Italia. Studio geologico. (R. Acc. delle Scienze di Torino. Anno 1907-1908). Torino, 1907. 4°.
- SCHLESINGER L. — Vorlesungen über lineare Differentialgleichungen. Leipzig, 1908. 8°.
- SCHEIBNER W. — Beiträge zur Theorie der linearen Transformationen als Einleitung in die algebraische Invariantentheorie. Leipzig, 1907. 8°.
- SEE T. J. J. — The new theory of Carthquakes and mountain formation, as illustrated by processes now at work in the depths of the see. (From the Proceed. of the Amer. Philos. Society XLVI, 1907). s. l. et a. 8°.
- SILVESTRI F. e MARTELLI G. — Contribuzioni alla conoscenza degli insetti dannosi all'olivo e di quelli che con essi hanno rapporto. La Cocciniglia del fico [*Ceroplastes rusci* L.]. (Laboratorio di Entomologia agraria. Scuola Sup. d'Agric. in Portici). Portici, 1908. 8°.
- STURM R. — Die Lehre von den geometrischen Verwandtschaften. Erster Band. Die Verwandtschaften zwischen Gebilden. Erster Stufe (B. G. Teubners Sammlung von Lehrbüchern auf dem Gebiete der Mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen. B. XXVII, 1). Leipzig, 1908. 8°.
- SWEDENBORG E. — Opera quaedam aut inedita aut obsoleta de rebus naturalibus. II. Cosmologia. Holmiae, 1908. 8°.
- TOMMASINA THOMAS. — Sur l'action exclusive des Forces Maxwell-Bartoli dans la gravitation universelle. Genève, 1908. 8°.
- WEINEK L. — Josef Georg Böhm: Die Kunst-Uhren auf der k. k. Sternwarte zu Prag. (Auf öffentl. Kosten). Prag, 1908. 4°.
- WELCKER AD. — Expression from a labor that, in order that, in all lands enslavement of souls as well as of bodies shell be casued to cease. Berkeley (dattilografia).

E. M.
